

A rendezvény támogatói:



BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM



ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA



BME MATEMATIKA INTÉZET

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS



BOLYAI JÁNOS

2022/23. ORSZÁGOS DÖNTŐ 12. OSZTÁLY

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia elnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

CSUKA RÓBERT villamosmérnök

A feladatsorok lektorálója:

NAGY KARTAL egyetemi hallgató

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-9. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

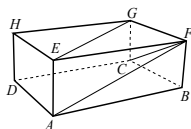
1. Egy 45 *dkg* tömegű cipőt háromfelé vágunk. A legnagyobb és a legkisebb darab között 5 *dkg* a különbség. Az alábbiakból hány *dkg* lehet valamelyik darab tömege, ha a tömegek szórása $\sqrt{\frac{14}{3}}$ *dkg*?

(A) 11 *dkg* (B) 12 *dkg* (C) 13 *dkg* (D) 17 *dkg* (E) 18 *dkg*

2. Összesen, hány olyan $(n; k)$ pozitív egész számpár létezik, amelyekre $(5 + 3\sqrt{2})^n = (3 + 5\sqrt{2})^k$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 3-nál több

3. Az itt látható téglatestben az *AB* él hossza 21, az *AD* élé 14, az *AE* élé 7 egység. Legyen *k* az *AF* és *EG*, *l* az *EG* és *CF*, *m* pedig az *AF* és *BG* lapátlók távolsága. Az alábbiak közül melyik állítás igaz?



(A) $l \geq k \geq m$ (B) $k \geq l \geq m$ (C) $l \geq m \geq k$ (D) $k = l$ (E) $k = m$

4. A matematika szakkörön a tanár gondolt egy legfeljebb *n*-ed fokú polinomfüggvényre. A diákok tetszőleges valós helyen megkérdezhetik a függvény helyettesítési értékét. Az alábbiakból legkevesebb hány helyettesítési érték ismerete esetén fordulhat elő, hogy biztosan eldönthető, hogy a függvény páros-e?

(A) $n - 2$ (B) $n - 1$ (C) n (D) $n + 1$ (E) $n + 2$

5. A sík egymástól különböző *B* és *C* pontjaihoz azon *A* pontok mértani helye, amelyekre az *ABC* háromszög *A*-hoz tartozó magassága mértani közepe a *BC*+*AC* és *BC*-*AC* szakaszoknak, két pont kivételével egy ...

(A) *B* középpontú kör. (B) *C* középpontú kör. (C) ellipszis.

(D) parabola. (E) hiperbola.

6. Az *ABCD* tetraéderben *CD* merőleges *DA*-ra és *DB*-re, valamint *DA* merőleges *DB*-re. Ha $CD = DA + DB$, akkor az $\sphericalangle ACB + \sphericalangle BCD + \sphericalangle ACD$ összeg hány fokban lehet?

(A) 60° (B) 75° (C) 90° (D) 105° (E) 120°

7. Ha bármely *a*, *b* pozitív valós számra a * műveletet így értelmezzük:
 $a * b = \frac{2a+b}{ab+2}$, akkor mennyi az eredménye a

$((\dots((2023 * 2022) * 2021) * 2020) * \dots * 2) * 1$ műveletnek?

(A) $\frac{1}{2022}$ (B) 1-nél kisebb (C) 1 (D) 1-nél nagyobb (E) 2023

8. Adott a síkon négy pont úgy, hogy a páronkénti távolságaik pontosan két értéket, *a*-t és *b*-t vesznek fel. Mennyi lehet *a/b* értéke, ha tudjuk, hogy $a > b$?

(A) $\sqrt{2}$ (B) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$ (E) $\sqrt{5}$

9. Az *ABC* nem szabályos háromszög oldalfelező pontjai rendre *A*₀, *B*₀, *C*₀, az *ABC* és *A*₀*B*₀*C*₀ háromszögek körülírt körének középpontjai *K*, illetve *K*₀. Ha tudjuk, hogy a *KK*₀ egyenes az *ABC* háromszöget két egyenlő területű részre osztja, akkor a háromszögek...

(A) lehetnek egyenlő szárúak. (B) lehetnek derékszögűek.

(C) mindenképp egyenlő szárúak. (D) mindenképp derékszögűek.

(E) mindenképp derékszögűek és egyenlőszárúak.

A következő feladatot a válaszlapon kijelölt helyén oldjátok meg!

10. Az egész számok mindegyikét pirosra vagy zöldre festettük úgy, hogy a 2022 piros és a 2023 zöld színű lett. Igaz-e, hogy ki lehet választani három azonosra színezett egész számot, bárhogyan is történt a színezése, amelyek összege 0?