

## A rendezvény támogatói:



BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM



ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA



BME MATEMATIKA INTÉZET

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

*Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.*

## BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS



BOLYAI JÁNOS

## 2021/22. ORSZÁGOS DÖNTŐ 12. OSZTÁLY

### A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia elnöke  
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

### A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

### A honlap és az informatikai háttér működtetője:

CSUKA RÓBERT villamosmérnök

### A feladatsorok lektorálója:

NAGY KARTAL egyetemi hallgató

### Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár

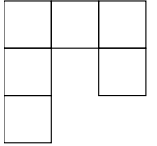


<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

**Az 1-9. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.**

- Egyesével felírjuk az egész számokat 1-től egy 50-nel osztható  $n$  számig, majd elhagyjuk közülük az 50-nel oszthatókat. A megmaradt számok összege ekkor...  
 (A) lehet, hogy prímszám. (B) biztosan osztható 5-tel.  
 (C) biztosan osztható 7-tel. (D) lehet, hogy osztható 2022-vel.  
 (E) biztosan négyzetszám.
- Legtöbb hány olyan  $x$  pozitív egész szám létezik, amelyre  $2x^2 - x - 36$  egy prímszám négyzetét adja?  
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 6
- Egy papírból kivágott háromszög oldalainak hossza 8 cm, 10 cm és 12 cm. A legrövidebb oldalt ráhajtjuk a leghosszabb oldalra a közös csúcsból induló hajtásvonal mentén. Így a papírlapnak lesz kétrétegű és egyrétegű része is. Ekkor az egyrétegű rész olyan háromszög, amely...  
 (A) derékszögű. (B) szabályos. (C) egyenlőszárú.  
 (D) nem szabályos. (E) nem egyenlőszárú.
- Mennyi lehet  $a$  értéke, ha az  $x^3 - (a+2)x^2 + (2a+1)x - a = 0$  egyenlet  $x_1, x_2, x_3$  gyökeire  $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2} = \frac{3}{x_3}$  teljesül?  
 (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{3}{4}$  (C) 1 (D) 2 (E) 3
- Egy lépcsőházban 10 postaláda van. Egy terjesztő 5 postaládába dob egy-egy szórólapot. Később egy másik terjesztő szintén 5 postaládába dob egy-egy szórólapot. Mennyi annak a valószínűsége, hogy így legalább 8 postaládába kerül szórólap?  
 (A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $\frac{1}{2}$  –nél kevesebb (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{1}{2}$  –nél több (E)  $\frac{2}{3}$
- Az alábbiakból hány hegyesszögű háromszög hézagmentesen és átfedés nélküli összeillesztésével érhető el az, hogy egy  $120^\circ$ -os szárszögű egyenlő szárú háromszöget kapjunk?  
 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

- Nevezzük horognak az ábrán látható, hat egységnégyzetből álló alakzatot, valamint minden olyan alakzatot, amely ebből forgatásokkal és tükrözésekkel kapható. Az alábbiakból melyik  $m \times n$ -es téglalap fedhető le horgokkal úgy, hogy a lefedés hézagmentes és átfedések nélküli legyen, és semelyik horognak nem nyúlik semelyik része sem a téglalapon kívülre?



- (A)  $240 \times 2021$  (B)  $2012 \times 2022$  (C)  $2016 \times 2021$   
 (D)  $2020 \times 2022$  (E)  $2021 \times 2022$
- Egy ellipszis alakú asztallap „hossza” 160 cm, „szélessége” 1 m. Az alábbiak közül melyik méretű téglalap alakú terítővel lehet letakarni az asztallapot teljes egészében, ha a terítő nem gyűrhető az asztallapon?  
 (A)  $150 \text{ cm} \times 110 \text{ cm}$  (B)  $140 \text{ cm} \times 130 \text{ cm}$  (C)  $150 \text{ cm} \times 120 \text{ cm}$   
 (D)  $140 \text{ cm} \times 140 \text{ cm}$  (E)  $150 \text{ cm} \times 130 \text{ cm}$
  - Legyen  $O$  egy szabályos oktaéder. Anna ennek az oktaédernek a terében kiválasztott néhány olyan egyenest, melyek körüli legfeljebb  $180^\circ$ -os forgatással  $O$  önmagába vihető. Hány egyenest választhatott Anna?  
 (A) 8-at. (B) 10-et. (C) 13-at. (D) 15-öt. (E) 16-ot.

**A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!**

- Egy kör kerületén egymástól függetlenül, véletlenszerűen felvesszük az  $A, B, C$  és  $D$  egymástól különböző pontokat. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az  $AB$  és a  $CD$  húrok metszik egymást?