

## A rendezvény támogatói:



BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM



ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA



BME MATEMATIKA INTÉZET

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

*Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.*

## BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS



BOLYAI JÁNOS

## 2021/22. KÖRZETI FORDULÓ 12. OSZTÁLY

### A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia elnöke  
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

### A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

### A honlap és az informatikai háttér működtetője:

CSUKA RÓBERT villamosmérnök

### A feladatsorok lektorálója:

NAGY KARTAL egyetemi hallgató

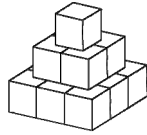
### Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-13. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

- Egy tömör kocka minden csúcsát úgy vágjuk le, hogy így egy 8 háromszöglaplóból és 6 hétszöglaplóból álló testet kaptunk. Összesen hány éle lehet egy ilyen testnek?  
(A) 14 (B) 24 (C) 33 (D) 42 (E) 66
  - Egy kávézóban három kétszemélyes asztalnál összesen hatan foglalnak helyet. Közülük hárman kávé, hárman teát isznak. Mekkora a valószínűsége annak, hogy van olyan asztal, ahol mind a ketten teát isznak, ha minden ember ugyanakkora valószínűséggel, a többiektől függetlenül választ italt? (Minden asztalnál ketten ülnek.)  
(A) 0,4 (B) 0,5 (C) 0,6 (D) 0,7 (E) 0,8
  - Összesen hány olyan különböző  $a$  valós szám létezik, amelyre az  $\frac{a+2}{a^2+1}$  tört értéke pozitív egész szám?  
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) végtelen sok
  - Az ábrán látható három emeletes „piramist”  $1 \text{ cm}^3$ -es kockákból építettük, felszíne  $42 \text{ cm}^2$ . Ennek mintájára készítettünk egy nagyobb „piramist” is, amelynek  $2352 \text{ cm}^2$  a felszíne. Hány emeletes lehet az a „piramis”?  
(A) 12 (B) 12-nél több (C) 18 (D) 18-nál több (E) 20-nál több
- 
- Mennyi lehet  $\lg(x) - \lg(y)$  értéke, ha  $x$  és  $y$  olyan pozitív számok, melyekre  $10x^2 - 101xy + 10y^2 = 0$ ?  
(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2
  - Az  $a_n$  sorozatot a következőképpen értelmezzük:  
 $a_1 = 1, a_{2n} = a_n, a_{2n+1} + a_n = 1$ . Mennyi  $a_{2022}$ ?  
(A) 0 (B) 1 (C) 1011 (D) 2021 (E) 2022
  - Történt egyszer egy matematikaórán, hogy egy diák az  $(a+2b-3)^2$  négyzetre emelést rosszul végezte el, és  $a^2 + 4b - 9$  lett az eredménye. Tanára kérésére ellenőrzésképpen behelyettesített  $a$  és  $b$  helyére egy-egy természetes számot. A behelyettesítés után az eredmény helyesnek bizonyult. Mely számokat helyettesíthette a tanuló  $b$  helyére az alábbiak közül?  
(A) -30 (B) 13 (C) 77 (D) 986 (E) 2022

- Adott az  $ABCD A'B'C'D'$  kocka. A kocka csúcsai közül minden lehetséges módon kiválasztunk ötöt. Az öt választott csúcs által meghatározott test térfogata hányad része lehet az eredeti kocka térfogatának?  
(A)  $\frac{1}{6}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $\frac{1}{2}$  (E)  $\frac{2}{3}$
- Az alábbiak közül a hátulról (jobbról) számított hányadik helyen áll 0 a  $111\dots 1^2$  szám tízes számrendszerbeli alakjában, ahol a 112 darab egyesből álló számot emeltük négyzetre?  
(A) 64. (B) 66. (C) 73. (D) 77. (E) 82.
- Egy  $12 \times 12 \times 35 \text{ cm}$ -es,  $5 \text{ kg}$  tömegű gépsonkát ferdén vágunk el úgy, hogy a paralelogramma alakú metszet oldalhosszúsága 15 és 20  $\text{cm}$ . Hány  $\text{kg}$  lehet a keletkezett két darab valamelyikének a tömege?  
(A) 1,5 (B) 1,8 (C) 2,5 (D) 3 (E) 3,5
- Mi az utolsó 3 számjegye (az adott sorrendben) annak a legkisebb pozitív számnak, ami a 81-nek többszöröse és csak 0 és 1 számjegyek alkotják?  
(A) 101 (B) 111 (C) 011 (D) 001 (E) 110
- Ha egy négyzetet hegyesszögű háromszögekre darabolunk, hány rész keletkezhet?  
(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 14
- Egy asztalon 99 pálcá van, a hosszuk  $1 \text{ cm}, 2 \text{ cm}, 3 \text{ cm}, \dots, 99 \text{ cm}$ . Andrea és Béla a következő játékot játsszák: felváltva elvesznek egy-egy általuk választott pálcát; a játékot Andrea kezdi. A játéknak akkor van vége, amikor pontosan három pálcá marad az asztalon. Ha a megmaradó három pálcából összeállítható egy háromszög, akkor Andrea nyer, különben Béla. Melyik válasz helyes az alábbiak közül?  
(A) Előfordulhat, hogy Andrea nyer. (B) Előfordulhat, hogy Béla nyer.  
(C) Bárhogy játszik Béla, Andrea tud nyerni.  
(D) Bárhogy játszik Andrea, Béla tud nyerni.  
(E) Az előzőekből pontosan 2 válasz helyes.