

A rendezvény támogatói:



BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM



ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA



BME MATEMATIKA INTÉZET

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS



BOLYAI JÁNOS

2022/23. ORSZÁGOS DÖNTŐ 11. OSZTÁLY

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia elnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

CSUKA RÓBERT villamosmérnök

A feladatsorok lektorálója:

NAGY KARTAL egyetemi hallgató

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-9. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

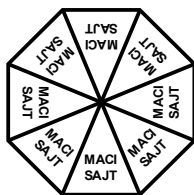
1. Egy húrnégyszög három szöge α , 2α és 3α . Az alábbiak közül hány fokos lehet a húrnégyszög valamelyik szöge?

(A) 36° -os (B) 45° -os (C) 108° -os (D) 120° -os (E) 144° -os

2. Az ABC háromszögben az AC oldal C -hez közelebbi E negyedelő pontjára és a BC oldal F felező pontjára illeszkedő egyenes az AB egyenest D -ben metszi. Hány százaléka az ADE háromszög területe az ABC háromszög területének?

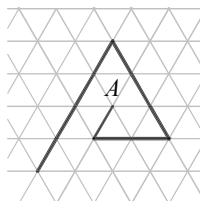
(A) 105 (B) 107,5 (C) 110 (D) 112,5 (E) 115

3. Egy doboz paprikásszalámis és egy doboz medvehagymás, nyolccikkelyes Maci-sajtot kiborítunk az asztalra, majd a 16 kis sajtot (címkéjükkel felfelé) visszatesszük a dobozokba. Hányféleképpen tehetjük ezt meg, ha a forgatással egymásba vihető elrendezéseket nem tekintjük különbözőnek, a két dobozt viszont megkülönböztetjük egymástól?



(A) 128 (B) 200-nál kevesebb (C) 200-nál több
(D) 230-nál több (E) 250-nél több

4. Egy szabályos háromszögrácson az ábrán látható vonal rajzolását a megkezdett módon folytatjuk. Minden új szakasz egy egységgel hosszabb, mint az előző volt. A rajzolást egy olyan szakasz végpontjában hagyjuk abba, amely egész egységnyire van az A kezdőponttól. Összesen hány egység hosszúságú lehet a rajzolt vonal?



(A) 231 (B) 253 (C) 276 (D) 315 (E) 341

5. Hány fős lehet az a társaság, amelyben mindenkinek pontosan 3 ismerőse van, és két embernek pontosan akkor van közös ismerőse, ha egymást nem ismerik?

(A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 9 (E) 10

6. Az alábbiakból hány nem-üres részhalmaz választható ki egy 100 elemű halmazból úgy, hogy bármely két kiválasztott részhalmaz vagy diszjunkt, vagy az egyik tartalmazza a másikat?

(A) 189 (B) 190 (C) 199 (D) 200 (E) 210

7. Van 100 külsőre egyforma golyóm, közülük az egyik radioaktív, de nem tudom, melyik az. Egy ismerősöm kizárólag nem radioaktív golyókat venne tőlem, darabját 1 dollárért. Egy másik ismerősömnek viszont van egy műszere, amivel akárhány golyóról el tudja dönteni, van-e köztük radioaktív. Egy mérésért 1 dollárt kér, de a műszere olyan, hogy ha a mérendő golyók között van radioaktív, mérés közben az összes radioaktívvá válik.

Hány dollár az a legnagyobb nyereség, amit mindenképpen el tudok érni?

(A) 80 (B) 85 (C) 88 (D) 90 (E) 91

8. Az első n prímszámot két részre lehet osztani úgy, hogy azokban a tagok összege megegyezzen, ha n értéke...

(A) 2020^{2021} (B) 2021^{2022} (C) 2022^{2023} (D) 2023^{2024} (E) 2024^{2025}

9. Összeragasztunk 5 egybevágó, egységnyi élű kockát úgy, hogy közülük 4 hasábot alkosson 4 egységnyi magassággal, az ötödik pedig a két belső kocka egyikéhez kapcsolódjék egy teljes lapjával. Az alábbiakból összesen hány ilyen testből rakható össze egy tömör téglatest?

(A) 10 (B) 12 (C) 16 (D) 20 (E) 24

A következő feladatot a válaszlapon kijelölt helyén oldjátok meg!

10. Az $f(x)$ valós függvény minden valós x -re teljesíti az $f(x+2) = f(2-x)$ és az $f(x+7) = f(7-x)$ egyenlőségeket. Mutassátok meg, hogy f periodikus függvény.