

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

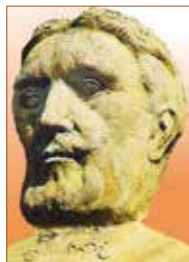
Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

2014/15.
Országos döntő
12. osztály



BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálói:

SZÁMADÓ LÁSZLÓ középiskolai tanár
TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár

<http://www.bolyaiverseny.hu>

Az 1-4. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

- Karcsi lerajzolt egy négyzetrácsra néhány különböző 10 egységnyi területű, egyenlő szárú háromszöget úgy, hogy a háromszögek összes csúcsa rácspont, és minden háromszög valamelyik oldala rácsvonalra illeszkedik. (Két háromszöget akkor tekintünk különbözőnek, ha nem egybevágók.) Az alábbiak közül hány ilyen háromszöget rajzolhatott le Karcsi?
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8
- Andris egy olyan trapézra rajzolt, amely alapjainak hossza 10 cm és 20 cm, magasságának hossza pedig 12 cm. Az alábbiak közül hány centiméter lehet ennek a trapézknak a kerülete?
 (A) 48 (B) 52 (C) 56 (D) 60 (E) 64
- Melyik állítás igaz az alábbi kijelentések közül?
 (A) Ha $a, b, c > 0$, akkor $(a+b)(b+c)(c+a) < 8abc$.
 (B) $\cos \frac{\pi}{5} = \frac{1+\sqrt{6}}{4}$.
 (C) $\sin 1^\circ + \cos 1^\circ$ irracionális szám.
 (D) Bármely háromszög oldalainak hosszai megegyezhetnek egy másik háromszög súlyvonalainak hosszával.
 (E) Bármely háromszög oldalainak hosszai megegyezhetnek egy másik háromszög magasságvonalainak hosszával.
- Az ABC szabályos háromszög köré írt körön vegyünk fel egy P pontot. Az alábbiak közül mely n természetes szám esetén nem függ P helyzetétől a $PA^n + PB^n + PC^n$ összeg értéke?
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) az előzőek egyike sem

A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!

- Határozzátok meg mindazokat az $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ függvényeket, amelyekre

$$f(4) = 4 \text{ és } \frac{1}{f(1) \cdot f(2)} + \frac{1}{f(2) \cdot f(3)} + \dots + \frac{1}{f(n) \cdot f(n+1)} = \frac{f(n)}{f(n+1)}.$$

Válaszotokat indokoljátok!