

A rendezvény támogatói:



BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM



ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA



BME MATEMATIKA INTÉZET

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS



BOLYAI JÁNOS

2021/22. ORSZÁGOS DÖNTŐ 10. OSZTÁLY

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia elnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

CSUKA RÓBERT villamosmérnök

A feladatsorok lektorálója:

NAGY KARTAL egyetemi hallgató

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-9. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

- Egy gömb köré négyzet alapú, egyenes csonkagúlát írunk úgy, hogy a gömb érintse a csonkagúla összes lapját. Ekkor a csonkagúla térfogatának és felszínének az aránya egyenlő az adott gömb sugarának...
(A) hatodával (B) negyedével (C) harmadával
(D) felével (E) kétharmadával
- Egy téglalap alakú papírlapot az egyik átlója mentén összehajtottunk. A hajtás után a négy csúcs egy olyan trapéz négy csúcsába került, amelynek három oldala egyenlő hosszúságú. Hány centiméter az eredeti téglalap rövidebb oldala, ha a hosszabb 12 cm-es?
(A) 6 cm-nél kevesebb (B) 6 cm-nél több (C) 7 cm-nél kevesebb
(D) 7 cm (E) 7 cm-nél több
- Egy kör mentén 2022 kártyát helyeztünk el úgy, hogy mindegyik kártyának csak a hátoldala látható. Egy lépésben három szomszédos kártyával az alábbi helycserét végezhetjük: a három közül az egyik szélső kártyát a másik szélső kártya helyére tesszük, a fennmaradó két kártyát pedig eggyel odébb toljuk (a kialakuló üres helyre) és megfordítjuk. Hány ilyen lépéssel érhető el, hogy minden kártya a kiindulási helyére kerüljön és az előlapja legyen látható?
(A) 674 (B) 1011 (C) 2022
(D) kevesebb, mint 6067 (E) soha nem érhető el
- Az $ABCD$ négyzet belsejében úgy helyezkedik el az M pont, hogy $DCM \sphericalangle = MAC \sphericalangle = 25^\circ$. Hány fokos az $ABM \sphericalangle$?
(A) 30° (B) 35° (C) 40° (D) 45° (E) 50°
- Az alábbiakból legtöbb hány $(x; y)$ egész számpár elégíti ki a következő egyenletet, ahol p prímszám?
$$p + x + y + (p - 1)xy = x^2 + y^2$$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 6 (E) 8
- Robinak 8 kulcsa van felfűzve egy karikára. A kulcsok ránézésre megkülönböztethetetlenek és a két oldaluk is egyforma. Robi, hogy meg tudja a kulcsokat különböztetni, mindegyikre egy-egy színes sapkát húz. Az alábbiakból hány színnel tudja ezt megoldani?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

- Összesen hány olyan $(n; k)$ számpár van, amelyre $n > k$, továbbá az n és k oldalú szabályos sokszögek egy-egy belső szögének az eltérése éppen 1° ?
(A) 30-nál kevesebb (B) 30-nál több (C) 50-nél kevesebb
(D) 50 (E) 50-nél több
- Legyen az ABC háromszögben $AB = AC$. A $CAB \sphericalangle$, illetve $ABC \sphericalangle$ szögek szögfelezői a BC , illetve CA oldalakat rendre a D , illetve E pontokban metszik. Legyen K az ADC háromszög beírt körének a középpontja. Tegyük fel, hogy $BEK \sphericalangle = 45^\circ$. Hány fokos lehet ekkor a CAB szög?
(A) 45° (B) 60° (C) 75° (D) 90° (E) 105°
- 2×1 -es dominókból tornyot építünk a következő módon. Először elrendezünk 55 dominót úgy, hogy egy 10×11 -es téglalapot fedjenek le; ez lesz a torony első szintje. Erre azután további, 55 dominót tartalmazó szinteket építünk, ügyelve arra, hogy minden egyes szint pontosan illeszkedjék az eredeti 10×11 -es téglalapra. Az így kapott építményt akkor nevezzük stabilnak, ha a 10×11 -es téglalap minden rácsponttól különböző, belső pontja felett van legalább egy dominónak belső pontja. Hány szintből áll a legalacsonyabb stabil torony?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!

- Határozátok meg mindazokat a pozitív valós számok halmazán értelmezett f függvényeket, amelyek az értelmezési tartományukban mindenütt eleget tesznek az $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x + 6$ összefüggésnek.