

## A rendezvény támogatói:



BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM



ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA



BME MATEMATIKA INTÉZET

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

*Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.*

## BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS



BOLYAI JÁNOS

## 2022/23. ORSZÁGOS DÖNTŐ 9. OSZTÁLY

### A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia elnöke  
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

### A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

### A honlap és az informatikai háttér működtetője:

CSUKA RÓBERT villamosmérnök

### A feladatsorok lektorálója:

NAGY KARTAL egyetemi hallgató

### Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

**Az 1-9. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.**

- Réka felírt néhány kétjegyű összetett számot úgy, hogy bármely kettő közülük relatív prím. Hány számot írhatott így fel?  
(A)  $2-t$  (B)  $3-at$  (C)  $4-et$  (D)  $5-öt$  (E)  $6-ot$
- Az  $ABCD$  trapéz nagyalapja  $AD = 2$  cm, kisalapja  $BC = 1$  cm és  $\angle ABD = 90^\circ$ . Hány cm lehet a  $CD$  hossza?  
(A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (D)  $1$  (E)  $\sqrt{2}$
- Az alábbiak közül mely  $n$  egészekre választható az  $\frac{1}{n}, \frac{2}{n-1}, \frac{3}{n-2}, \dots, \frac{n-1}{2}, \frac{n}{1}$  törték közül két olyan pár, amelyek összege egyenlő egymással?  
(A) 896 (B) 1000 (C) 2001 (D) 2022 (E) 2023
- Egy asztalon 99 pálcá van, a hosszuk rendre  $1, 2, 3, \dots, 99$  egység. Andrea és Béla ezekkel a következő játékot játssza: felváltva elvesznek egy-egy általuk választott pálcát; a játékot Andrea kezdi. A játéknak akkor van vége, amikor pontosan három pálcá marad az asztalon. Ha a megmaradó három pálcából összeállítható egy háromszög, akkor Andrea nyer, különben Béla. Melyik állítás igaz az alábbiak közül?  
(A) Ha Andrea 25-nél rövidebbel kezd, akkor meg tudja akadályozni, hogy Béla nyerjen.  
(B) Béla el tudja érni, hogy nyerjen, ha Andrea 25 és 50 közöttivel kezd.  
(C) Ha Andrea 51 és 74 közöttivel kezd, akkor meg tudja akadályozni, hogy Béla nyerjen.  
(D) Béla el tudja érni, hogy nyerjen, ha Andrea 76 és 99 közöttivel kezd.  
(E) Béla el tudja érni, hogy Andrea semmiképp se nyerjen.
- Összesen hány olyan  $(m, n, k)$  pozitív egész számhármast van, melyekre egy időben  $m^2 + n + k$ ,  $n^2 + m + k$ ,  $k^2 + m + n$  négyzetszám?  
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 3-nál több

- Egy hangya egy  $4$  m hosszú gumikötél bal végpontjától állandó sebességgel mászik a jobb oldali végpont felé úgy, hogy percenként pontosan egy métert tesz meg. Minden perc eltelte után a bal oldali végén rögzített és vízszintesen fekvő gumikötelet egy méterrel egyenletesen megnyújtjuk. Hányadik percben éri el a hangya a kötélt jobb oldali végpontját? A hangyát pontszerűnek tekintjük, a kötélt megnyújtására fordított idő elhanyagolható, és a gumikötél akármeddig nyújtható, nem szakad el.  
(A) 5. (B) 6. (C) 7. (D) 8. (E) Soha nem éri el.
- Az alábbi állítások közül melyik lehet igaz egy háromszögben?  
(A) Mindhárom magasság kisebb, mint  $1$  cm, a háromszög területe mégis nagyobb, mint  $1$  cm<sup>2</sup>.  
(B) Mindhárom magasság kisebb, mint  $1$  cm, a háromszög területe mégis nagyobb, mint  $2$  cm<sup>2</sup>.  
(C) Mindhárom magasság kisebb, mint  $1$  cm, a háromszög területe mégis nagyobb, mint  $4$  cm<sup>2</sup>.  
(D) Mindhárom magasság nagyobb, mint  $2$  cm, a háromszög területe mégis kisebb, mint  $1$  cm<sup>2</sup>.  
(E) Mindhárom magasság nagyobb, mint  $2$  cm, a háromszög területe mégis kisebb, mint  $0,75$  cm<sup>2</sup>.
- Határozzátok meg az  $A, B, C$  egymástól különböző számjegyeket, ha a tízes számrendszerben  
$$\overline{ABC} = \overline{AB} \cdot C + \overline{BC} \cdot A + \overline{CA} \cdot B.$$
Mennyi lehet  $A$  vagy  $B$  értéke?  
(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 9
- Az alábbiakból összesen hány egymást követő természetes szám adható meg úgy, hogy azok négyzetösszege négyzetszám legyen?  
(A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 9 (E) 11

**A következő feladatot a válaszlapon kijelölt helyén oldjátok meg!**

- Létezik-e olyan  $x, y, z$  oldalhosszakkal rendelkező háromszög, melyre  
$$x^3 + y^3 + z^3 = (x + y)(y + z)(z + x)?$$