

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

*Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.*

## BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

**2015/16.**  
**KÖRZETI FORDULÓ**  
**11. OSZTÁLY**



BOLYAI JÁNOS

**A rendezvény fővédnökei:**

Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke  
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

**A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:**

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

**A honlap és az informatikai háttér működtetője:**

TASSY GERGELY középiskolai tanár

**A feladatsorok lektorálója:**

TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

**Anyanyelvi lektor:**

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

**Az 1-13. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.**

- Két szabályos dobókockával egymás után egyet-egyed dobunk. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a dobások átlaga egész szám?  
(A) 0,3 (B) 0,4 (C) 0,5 (D) 0,6 (E) az előzőek egyike sem
- A 64 mezőből álló  $8 \times 8$ -as sakktáblára egy tetszőleges egyenes vonalat rajzolunk. Az alábbiak közül összesen hány mező belsején mehet keresztül ez a vonal?  
(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17
- Az alábbiak közül hány (nem feltétlenül egyforma méretű) kockára darabolható fel egy kocka?  
(A) 20 (B) 22 (C) 38 (D) 2015 (E) 2016
- Összesen hány valós megoldása van a  $\log_{4x} 64 - \log_{2x} 64 + \log_x 2 = 0$  egyenletnek?  
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
- Összesen mennyi lehet az  $x^2 + ax + b = 0$  és  $x^2 + bx + a = 0$  egyenletek különböző valós gyökeinek száma, ha  $a + b + 1 < 0$ ?  
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
- Adott az egységoldalú  $ABCD$  négyzet és egy  $CD$  átmérőjű félkör. Kössük össze az  $AB$  oldal tetszőleges  $M$  pontját a négyzet  $O$  középpontjával, az  $MO$  egyenes és a félkör metszéspontját pedig jelölje  $P$ . Ha az  $M$  pontot úgy mozgatjuk az  $AB$  oldalon, hogy  $MP$  értéke a lehető legnagyobb legyen, akkor mekkora lehet ez az érték?  
(A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (C) 1 (D)  $\frac{5}{4}$  (E)  $\frac{3}{2}$
- Mennyi az  $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \frac{1}{10 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{2014 \cdot 2017}$  összeadás eredménye?  
(A) 1-nél kevesebb (B)  $\frac{672}{2017}$  (C)  $\frac{2014}{2017}$  (D)  $\frac{2016}{2017}$  (E) 1-nél több
- Összesen hány nullára végződik  $1000!$  tízes számrendszerbeli értéke?  
(A) 200 (B) 240 (C) 241 (D) 249 (E) 256

- Egy kör kerületét 11 ponttal egyenlő nagyságú ívekre bontottuk. Összesen hány olyan háromszög van, amelynek csúcsai ezen pontok közül valók, és a kör középpontja a háromszög belsejébe esik?  
(A) 33 (B) 55 (C) 99 (D) 110 (E) 165
- Egy  $10 \times 10$ -es sakktábla minden egyes mezőjét kiszíneztük valamilyen színnel úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban a mezők színei között legfeljebb 5 különböző szín fordul elő. Az alábbiak közül összesen hány különböző színt használhattunk fel a  $10 \times 10$  mező színezéséhez?  
(A) 40 (B) 41 (C) 42 (D) 43 (E) 44
- Egy rombusz oldalai fölé kifelé négyzeteket emelünk, a négyzetek középpontjai legyenek  $A, B, C$  és  $D$ . Ekkor az  $ABCD$  négyszög...  
(A) lehet paralelogramma (B) biztosan paralelogramma (C) lehet rombusz (D) lehet négyzet (E) biztosan négyzet
- Adott egy téglalap alakú papírlap. Szemközti oldalainak felezőpontjait összekötve két egymásra merőleges egyenest kapunk. A lapot összehajtjuk először az egyik, majd a másik egyenes mentén. Az így négyrét hajtott papíron kijelölünk 2 különböző pontot (ezek nem esnek a hajtásvonalakra), majd a kijelölt pontoknál túvel átszúrjuk a lapot úgy, hogy mindegyik rétegen látni lehessen a kijelölt pontokat, végül pedig a papírt újra széthajtjuk. Összesen hány egyenest határoznak meg a kapott pontok?  
(A) 12 (B) 18 (C) 22 (D) 24 (E) 28
- Az alábbiak közül mennyi lehet az 
$$\begin{cases} x + y + xy = -4 \\ y + z + yz = 11 \\ z + x + zx = -5 \end{cases}$$
 egyenletrendszer megoldásában az ismeretlenek valamelyikének értéke?  
(A) -6 (B) -5 (C) -3 (D) 2 (E) 3

**A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!**

- Az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  olyan függvény, hogy  $f(f(x)) = x^2 - x + 1$  teljesül bármely  $x \in \mathbb{R}$  esetén. Bizonyítsátok be, hogy  $f(1) = 1$ !