

A rendezvény támogatói:



BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM



ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA



BME MATEMATIKA INTÉZET

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS



BOLYAI JÁNOS

2024/25. ORSZÁGOS DÖNTŐ 9. OSZTÁLY

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia elnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

CSUKA RÓBERT villamosmérnök

A feladatsorok lektorálója:

NAGY KARTAL matematikus

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-9. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Egy centiméterben mérve egész oldalhosszúságú négyzetet feldaraboltunk 49 nem feltétlenül egybevágó négyzetre. Ezek közül 48-nak a területe 1 cm^2 . Hány cm lehet a 49. négyzet oldala?

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 11 (E) 12

2. Összesen hány megoldása van az alábbi egyenletnek a valós számok halmaza?

$$\frac{1}{x^2 + 2x + 2} + \frac{3}{x^2 + 2x + 4} + \frac{5}{x^2 + 2x + 6} + \dots + \frac{2025}{x^2 + 2x + 2026} = 1013$$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 6

3. Az üres táblára felírtuk az 1-et. Ezt követően újabb számokat írhatunk fel. Ha a táblán szerepel az x , akkor felírhatjuk a $3x+1$, $5x+2$ vagy az $x-7$ számot. Az alábbiakból melyek azok a számok, amelyek így nem kerülhetnek fel a táblára?

(A) 3 (B) 9 (C) 17 (D) 20 (E) 22

4. A sakkversenyen két hetedik és néhány nyolcadikos diák vett részt. A két hetedik összesen 8 pontot szerzett, és a nyolcadikosok mindegyike egyenlő számú pontot gyűjtött. Egy játszma győztése 1 pontot kap, a vesztes 0 pontot, ha döntetlen, akkor mindketten fél pontot. Mindenki mindenkivel egy mérkőzést játszott ezen a versenyen. Hány nyolcadikos résztvevője lehetett a versenynek?

(A) 7 (B) 8 (C) 10 (D) 14 (E) 16

5. Az $S = \{1, 2, 3, 4, \dots, 14\}$ halmaznak B speciális részhalmaza, ha teljesülnek az alábbiak:

(1) $|B|$ osztható 4-gyel. (2) Ha $x \in B$ és páros, akkor $\frac{x}{2} \in B$.

(3) Ha $x \in B$ és páratlan, akkor $\frac{x+15}{2} \in B$.

Melyek azok az elemek, amelyek nem lehetnek benne egyetlen speciális B részhalmazban sem? ($|B|$ jelentése: B elemeinek száma.)

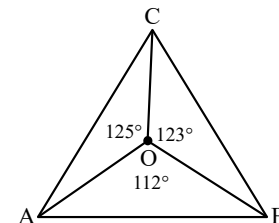
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 10

6. Peti olyan pozitív kétjegyű összetett számokat írt az addig üres táblára, amelyek egymáshoz képest relatív prímek. Összesen hány ilyen számot írhatott Peti erre a táblára?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

7. Az ABC szabályos háromszög belsejében felvettünk egy O pontot úgy, hogy $\angle AOB = 112^\circ$, $\angle BOC = 123^\circ$, $\angle COA = 125^\circ$. Hány fokok lehet az AO , BO , CO szakaszokból szerkesztett háromszög valamelyik belső szöge?

(A) 54 (B) 62 (C) 63 (D) 64 (E) 65



8. Négy fiú fordított számháborút játszik. A matektanár mindegyiknek a homlokára rátett egy cédulát, amelyen egy szám állt. A fiúk látják a másik három számot, a sajátjukat nem. A tanár megmondta nekik, hogy a négy szám négy különböző kétjegyű természetes szám, és az egyik szám a többi három összege. Az a fiúk feladata, hogy kitalálják a saját számukat. Egyikük sem tudta kitalálni a saját számát, pedig okosan gondolkoztak. Azt nem tudják, hogy a többiek nem találták ki a saját számukat. Az alábbiakból melyik számot kaphatta valamelyikük?

(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

9. Nyolc piros és nyolc fehér színű egybevágó kiskockából kiválasztunk nyolcat, és ezekből egy nagy tömör kockát rakunk össze. Összesen hányféle színezésű ilyen nagy kockát kaphatunk? (Két nagy kocka különböző színezésű, ha forgatással nem vihetők egymásba.)

(A) 16 (B) 17 (C) 19 (D) 21 (E) 23

A következő feladatot a válaszlapon kijelölt helyén oldjátok meg!

10. Határozzátok meg, hogy az a paraméter mely valós értékeire van pontosan egy megoldása az alábbi egyenletrendszernek!

$$\begin{cases} |y + x| = 2 - x + y \\ ax - y = 2 \end{cases}$$