

A rendezvény támogatói:



BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM



ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA



BME MATEMATIKA INTÉZET

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS



BOLYAI JÁNOS

2023/24. ORSZÁGOS DÖNTŐ 12. OSZTÁLY

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia elnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

CSUKA RÓBERT villamosmérnök

A feladatsorok lektorálója:

NAGY KARTAL egyetemi hallgató

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-9. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

- Bergengóciában a hatoslottón az 1, 2, 3, ..., 100 számok közül sorsolnak hat számot. Bence felírta a heti nyerőszámokat, ám egy szám kimaradt és az egyiket pedig hibásan írta le, így a 13, 37, 49, 55 és 73 számokat jegyezte fel. Tudjuk, hogy a hat helyes szám számtani sorozatot alkot. Melyik lehet a hibásan felírt (rossz) szám?
(A) 13 (B) 37 (C) 49 (D) 55 (E) 73
- Egy számtani és egy mértani sorozat első négy megfelelő tagjának összegei sorrendben 27, 27, 39, 87. Az alábbiak közül melyik szám lehet a két sorozat valamelyikének első négy tagja közül való?
(A) 2 (B) 6 (C) 20 (D) 27 (E) 32
- Legyenek az N négyzet csúcsai a $(\pm 23, \pm 23)$ koordinátájú pontok, a H háromszög csúcsai pedig $(-1; 0)$, $(0; -1)$ és $(1; 1)$. Az alábbiakból a H háromszögnek hány egymásba nem nyúló, eltolt példányát lehet elhelyezni az N négyzetben?
(A) 784 (B) 841 (C) 900 (D) 961 (E) 1024
- A számegyenesen egy bolha ugrál. A 0-ból indul, minden ugrásának hossza 1, és a következő ugrás mindig p valószínűséggel az előzővel egyező, $1-p$ valószínűséggel pedig ellentétes irányú, ahol $p \neq 1$. Mennyi annak a valószínűsége, hogy ez a bolha visszajut a 0-ba?
(A) $\frac{1}{2}p$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $1-p$ (D) $1-\frac{1}{2}p$ (E) 1
- Bármely a, b, c valós számhármashoz van olyan egynél nem nagyobb abszolút értékű x szám, amelyre $|x^3 + ax^2 + bx + c|$ értéke legalább ...
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$
- Hány közös érintője lehet két olyan különböző ellipszisnek, melyeknek közös az egyik fókuszuk?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

- Egy szöcske egy r sugarú kör és egy, a kör középpontján át nem menő egyenes pontjai között ugrál, a körrel az egyenesre, onnan pedig vissza a körre. r hosszúságú ugrásokkal, az alábbiakból hány különböző pontba juthat?
(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12

- Adott a síkon négy pont úgy, hogy a páronkénti távolságaik pontosan két értéket, a -t és b -t vesznek fel. Mennyi lehet $\frac{a}{b}$, ha tudjuk, hogy $a > b$?
(A) $\sqrt{2}$ (B) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$ (E) 2

- Az alábbi

$$3 + 4 + 5 + 6 = 3 \cdot 6;$$

$$15 + 16 + 17 + \dots + 34 + 35 = 15 \cdot 35$$

egyenlőségek azt sugallják, hogy a természetes számokból ki lehet választani néhány egymást követőt úgy, hogy összegük egyenlő a legkisebb és a legnagyobb kiválasztott szám szorzatával. E kettőn kívül még hány ilyen tulajdonságú különböző sorozat írható fel?

- (A) legalább 1 (B) 1-nél több (C) legalább 3
(D) 3-nál több nem írható fel (E) 4-nél több

A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!

- Az ABC szabályos háromszög AB oldalát hosszabbítsuk meg A -n túl egy D pontig, BC oldalát C -n túl egy E pontig és AC oldalát C -n túl egy F pontig úgy, hogy $AD = CF$ és $DE = AC + EF$ legyen. Határozzátok meg a BDE szög mértékét!