

A rendezvény támogatói:



BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM



ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA



BME MATEMATIKA INTÉZET

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS



BOLYAI JÁNOS

2023/24. KÖRZETI FORDULÓ 12. OSZTÁLY

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia elnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

CSUKA RÓBERT villamosmérnök

A feladatsorok lektorálójája:

NAGY KARTAL egyetemi hallgató

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<https://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-13. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. A 2592 számnak egy „nyomatóbiztos” felírása a $2^5 \cdot 9^2$ (ami ezt jelenti: $2^5 \cdot 9^2$), mivel ugyanazt a számot fogjuk kapni, ha a nyomtató csak a számjegyeket nyomtatja ki. Milyen számjegyek lehetnek kitevőkben a 13942125 szám nyomtatóbiztos felírásában? (A szám felírása során csak szorzás és hatványozás használható.)
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
2. Andris megjelölte az $ABCDEFGH$ kocka B és H -tól különböző néhány olyan pontját, ahonnan a kocka BH testátlója a lehetséges legkisebb szögben látható. Hány pontot jelölhetett így meg Andris?
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 8-nál többet.
3. Legfeljebb hány olyan $(x; y; z)$ valós számhármass létezik, amelyre $x + y = 2$ és $xy - z^2 = 1$?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) legalább 4
4. Az $ABCD$ négyzet egyik csúcsa a derékszögű koordináta rendszer $A(4, 6)$ pontjára, másik két csúcsa a koordináta-rendszer valamelyik tengelyére (ugyanarra vagy egyikre és másikra) illeszkedik. Hány területegység lehet e négyzet területe?
(A) 20 (B) 32 (C) 36 (D) 72 (E) 136
5. Pistike leírt néhány különböző természetes számot, és az összegüket elosztotta a szorzatukkal. Ezután letörölte a legkisebb számot, majd ismét elosztotta a megmaradt számok összegét a megmaradt számok szorzatával. Az új hányados 3-szorosa lett az előző hányadosnak. Az alábbiak közül melyik szám lehetett ott Pistike számai között?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7
6. Egy kocka lapjainak színezésére piros, fehér és zöld színekből választunk (egy lapot egyféle színnel). Az egyes lapok színét egymástól függetlenül véletlenszerűen választjuk. Minden színt egyforma valószínűséggel választunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy lesznek azonos színű szemközti lapok?
(A) $1/2$ (B) $1/2$ -nél több (C) $2/3$ -nál kevesebb
(D) $2/3$ (E) $2/3$ -nál több

7. Legfeljebb hány olyan különböző 6 csúcúsú egyszerű gráf van, amelynek 5 éle van?
(A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 15 (E) 18
8. Egy n egység oldalú négyzetből spirált készítünk az ábrán látható módon úgy, hogy a négyzet csúcsából indulva, befelé haladva mindig egy egységgel azelőtt törjük meg a vonalat, minthogy az belemetszene a spirál már meglévő részébe. Hasonló módon az $1,8n$ egység oldalú szabályos háromszögből képzett spirálnál a metszéspontot mindig $1,8$ egységgel előzzük meg. (Az ábra $n=4$ esetén mutatja a két spirált.) Mennyi lehet az n értéke, ha a két spirál hossza megegyező?
(A) 6 (B) 8 (C) 10-nél kevesebb (D) 10 (E) 10-nél több
9. Az alábbiakból hány jegyet lehet elhagyni úgy bármelyik pozitív irracionális szám tizedestört alakjából, hogy az eredeti számot kapjuk vissza?
(A) 1 (B) 2 (C) 10
(D) Valamilyen véges számnyit. (E) Végtelen sokat.
10. Az $ABCD A'B'C'D'$ kocka $B'C'$ élének felezőpontja E , $C'D'$ élének felezőpontja pedig F . Az AEF sík két részre osztja a kockát. Mennyi a két rész közül az A' -t tartalmazó és a C -t tartalmazó (ebben a sorrendben) rész térfogatának aránya?
(A) $\frac{25}{72}$ (B) $\frac{1}{2}$ -nél kevesebb (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$ -nél több (E) $\frac{25}{47}$
11. Legyen $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$. Mennyi az értéke az alábbi összegnek?
$$f\left(\frac{0}{2023}\right) + f\left(\frac{1}{2023}\right) + f\left(\frac{2}{2023}\right) + \dots + f\left(\frac{2022}{2023}\right) + f\left(\frac{2023}{2023}\right)$$

(A) 1011 (B) 1012 (C) 2023-nál kevesebb (D) 2023 (E) 2024
12. Laci felírt négy olyan számot, amelyek közül bármelyikhez hozzáadva a másik három szorzatát, az összeg 2 lett. Melyik szerepelhetett a felírt számok között?
(A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 2 (E) 3
13. Melyik válaszlehetőséggel folytatva igaz a következő kijelentés? Létezik olyan ötszög alapú gúla, amelynek valamely síkkal való metszete szabályos ...
(A) háromszög. (B) négyszög. (C) ötszög.
(D) hatszög. (E) hétszög.

