

A rendezvény támogatói:



BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM



ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA



BME MATEMATIKA INTÉZET

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS



BOLYAI JÁNOS

2023/24. ORSZÁGOS DÖNTŐ 11. OSZTÁLY

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia elnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

CSUKA RÓBERT villamosmérnök

A feladatsorok lektorálójá:

NAGY KARTAL egyetemi hallgató

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-9. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Mely n pozitív egészre van az üres halmaztól eltérő megoldáshalmaza a következő egyenlőtlenségrendszernek?

$$1 < x < 2;$$

$$2 < x^2 < 3;$$

...

$$n < x^n < n+1.$$

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10

2. Egy konvex poliéder lapjai közül legalább három ötszög. Összesen hány lapja lehet egy ilyen poliédernek? (Egy konvex poliéderben $L + C = E + 2$, ahol L a lapok, C a csúcsok és E az élek száma).

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

3. Egy százszemélyes repülőgépen száz ember utazik úgy, hogy mindenkinek van előre kiosztott helye. Az első utas ezzel nem törődve véletlenszerűen leül a száz közül egy helyre. Ezután minden utas a saját helyére próbál leülni, vagy ha az foglalt, véletlenszerűen választ egy másikat. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a századik utas a helyére ül, ha egyszerre csak egy ember foglal helyet?

(A) 0,3-nál kevesebb (B) 0,3 (C) 0,3-nál több

(D) 0,6-nál kevesebb (E) 0,6-nál több

4. Egy n oldalú sokszög csúcsaihoz különböző valós számokat írtunk fel úgy, hogy bármely felírt szám a két szomszédos csúcshoz írt szám szorzata. Mennyi lehet így n értéke?

(A) 5-nél kisebb (B) 5-nél több (C) 8-nál kisebb

(D) 8-nál több (E) 10-nél több

5. Legyen a valós számokon értelmezve $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$. Mennyi az értéke az alábbi összegnek?

$$f\left(\frac{0}{2023}\right) + f\left(\frac{1}{2023}\right) + f\left(\frac{2}{2023}\right) + \dots + f\left(\frac{2022}{2023}\right) + f\left(\frac{2023}{2023}\right)$$

(A) 1011 (B) 1012 (C) 2023-nál kevesebb (D) 2023 (E) 2024

6. Valamelyik számrendszerben egy háromjegyű szám kétszer akkora, mint az ugyanezekkel a számjegyekkel ugyanolyan sorrendben felírt tízes számrendszerbeli szám. Melyik számjegy szerepelhet ekkor a tízesek helyiértékén a háromjegyű számban?

(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 8 (E) 9

7. Egy szöcske egy r sugarú kör és egy, a kör középpontján át nem menő egyenes pontjai között ugrál, a körrel az egyenesre, onnan pedig vissza a körre. Hány különböző pontba juthatott el az alábbiak közül, ha minden ugrása pontosan r hosszúságú volt?

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12

8. Adott 25 edény, űrtartalmuk rendre 1, 2, 3, ..., 25 liter. Összesen hányféleképpen választható ki közülük tíz úgy, hogy bármely két kiválasztott edény felhasználásával kimérhető legyen 1 liter víz? (Korlátlan mennyiségű víz áll rendelkezésre, és egyik edényből a másikba is lehet töltögetni.)

(A) 8 (B) 12 (C) 16 (D) 24 (E) 40

9. Adott két egymásra merőleges kitérő egyenes és az α hegyesszög. Tibor összeszámolta, hogy hány olyan egyenes szerkeszthető, amely mindkét egyenest metszi és mindkettővel α szöget zár be. Milyen értéket kaphatott Tibor?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

A következő feladatot a válaszlapon kijelölt helyén oldjátok meg!

10. Ha a, b, c, d valós számokra $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 4$, akkor mutassátok meg, hogy $(2+a)(2+b) \geq cd$!