A rendezvény támogatói:

BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM

ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA

BME MATEMATIKA INTÉZET

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába."

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®

BOLYAI FARKAS

2022/23.
ORSZÁGOS DÖNTŐ
10. OSZTÁLY

BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:
Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia elnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:
NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:
CSUKA RÓBERT villamosmérnök

A feladatsorok lektorálója:
NAGY KARTAL egyetemi hallgató

Anyanyelvi lektor:
PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár

http://www.bolyaiverseny.hu/matek912

Országos döntő **10. osztály** 2023. március 11.

Az 1-9. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Hány zérushelye lehet az a paramétertől függően az

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2+4x+4}-a, \text{ ha } x\le 0\\ x^2-4x+a, \text{ ha } x>0\end{cases}$$

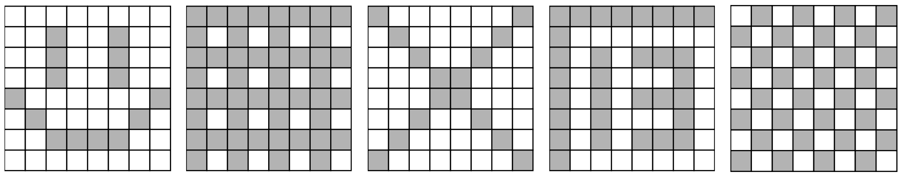
hozzárendeléssel megadott függvénynek?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

2. Gergő megtalálta az összes olyan különböző pozitív egészekből álló (a, b, c, d) számnégyest, melyre $\frac{a}{a+1}+\frac{b}{b+1}+\frac{c}{c+1}+\frac{d}{d+1}$ értéke egész szám. Az alábbiak közül melyik szám lehet valamelyik ilyen számnégyes tagja?

(A) *17* **(B)** *19* **(C)** *23* **(D)** *31* **(E)** *41*

3. Adott egy 8×8-as négyzetrácsos – a sakktábla beosztásának, mintájának megfelelő – tábla, amelyen azonban valamennyi mező fehér. A mezőket átfesthetjük úgy, hogy egy lépésben egy sor és egy oszlop - tehát összesen 15 különböző mező - színét változtatjuk. Az alábbi színezések közül melyik érhető el ezzel a módszerrel?



(A) **(B)** **(C)** **(D)** **(E)**

4. Jancsi délutánonként a metró végállomáson szokta várni Juliskát. Egyszer 12 percig várt, és ezalatt 5 vonat érkezett az állomásra. Egy másik alkalommal 20 percig várt - ekkor Juliska a hetedik vonattal érkezett. Tegnap Jancsi 30 percig várt. Összesen hány vonat érkezhetett eközben az állomásra, ha tudjuk, hogy két metró érkezése között mindig ugyanannyi idő telik el? (Jancsi akkor hagyja abba a várást, ha megérkezik Juliska, vagy megunja.)

(A) *9* **(B)** *10* **(C)** *11* **(D)** *12* **(E)** *13*

5. Adott a térben n (>2) különböző pont úgy, hogy közülük bármely három nincs egy egyenesen. Tekintsük az összes pontpár által meghatározott egyeneseket, majd az összes ilyen egyenespár alkotta szögeket. Azt tapasztaljuk, hogy a szögek közül a legkisebb (egyik legkisebb) éppen 60^o-os. Mennyi lehet n?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

6. Az ABC háromszög magasságainak talppontjai A_1, B_1, C_1. Az $A_1B_1C_1$ háromszög szögeinek mértéke rendre 30°, 60° és 90°. Hány fokos lehet az ABC háromszög legnagyobb szöge?

(A) *75°* **(B)** *90°* **(C)** *105°* **(D)** *120°* **(E)** *135°*

7. Van 10 külsőre egyforma golyóm, közülük az egyik radioaktív, de nem tudom, melyik az. Egy ismerősöm kizárólag nem radioaktív golyókat venne tőlem, darabját 1 dollárért. Egy másik ismerősömnek viszont van egy műszere, amivel akárhány golyóról el tudja dönteni, van-e köztük radioaktív. Egy mérésért 1 dollárt kér, de a műszere olyan, hogy ha a mérendő golyók között van radioaktív, mérés közben az összes radioaktívvá válik.
Hány dollár az a legnagyobb nyereség, amit mindenképpen el tudok érni?

(A) *4* **(B)** *5* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *8*

8. Az ABC háromszögben AB = 33, AC = 21 és BC = m egység, ahol m egész. Keressétek meg az AB oldalon a D, az AC oldalon az E pontot úgy, hogy $AD = DE = EC = n$ legyen, ahol n is egész. Mennyi lehet n értéke?

(A) *9* **(B)** *11* **(C)** *13* **(D)** *17* **(E)** *21*

9. Egy kör alakú futópályán ketten futnak ugyanabban az irányban, állandó sebességgel. Egy adott pillanatban az A futó 10 méterrel van B előtt, de miután A 22 métert futott, B beéri. Összesen hány olyan pontja van a pályának, ahol később B lekörözheti A-t? (A két futót pontszerűnek tekintjük.)

(A) *4* **(B)** *5* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *8*

A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!

10. A 24 cm^2 területű ABC hegyesszögű háromszög mindhárom oldalának E, F illetve G felezőpontjaiból merőlegest állítunk a másik két oldalra. Ezek a merőlegesek egy hatszöget zárnak közre. Határozzátok meg ennek a hatszögnek a területét!