12. Egy téglalap alakú $ABCD$ ($AB \neq BC$) biliárdasztal A csúcsából úgy szeretnénk ellökni egy golyót, hogy az az oldalakról pontosan háromszor visszapattanva éppen telibe találja a téglalap közepén álló golyót. Összesen hány különböző irányba indítható így a golyó az A csúcsból?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

13. Egy szabályos háromszögnek kiválasztottuk a csúcsait, a középpontját és az oldalainak harmadolópontjait. Hány pontot tarthatott meg e 10 pont közül Árpi, ha ezekből már semelyik három nem alkotott szabályos háromszöget?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

A rendezvény támogatói:

BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM

ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA

BME MATEMATIKA INTÉZET

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®

BOLYAI FARKAS

2021/22.

KÖRZETI FORDULÓ

9. OSZTÁLY

BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:
Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia elnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:
NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:
CSUKA RÓBERT villamosmérnök

A feladatsorok lektorálója:
NAGY KARTAL egyetemi hallgató

Anyanyelvi lektor:
PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár

http://www.bolyaiverseny.hu/matek912

Az 1-13. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Tímár Mihály nehéz helyzetbe került, mert lekopott a kincset rejtő zsákról a vörös félhold. Annyit tud, hogy a négy zsák közül a legnehezebbikben, a búzába rejtve ott van a kincs. Három mérés során az derült ki, hogy az első zsák a másodikkal együtt kisebb, a harmadikkal együtt ugyanakkora, a negyedikkel együtt pedig nagyobb tömegű, mint a másik két zsák. Melyik zsákban van a kincs?

(A) *az elsőben* **(B)** *a másodikban* **(C)** *a harmadikban*
(D) *a negyedikben* **(E)** *nem állapítható meg*

2. Az alábbiak közül melyik a helyes sorrend az $a=2^{585}$, $b=3^{351}$, $c=4^{117}$, $d=3^{234}$ számok között?

(A) $a<b<c<d$ **(B)** $d<c<b<a$ **(C)** $c<b<a<d$ **(D)** $c<d<a<b$ **(E)** $c<d<b<a$

3. A táborozók közül 25-en tudnak kerékpározni, 20-an úszni, de egyetlen olyan gyerek sincs, aki a két sportág valamelyikéhez ne értene. A táborozók létszámának 6-szorosa olyan szám, amelynek számjegyeit összeadva 3-szor akkora számot kapunk, mint a táborozólétszám számjegyeinek összege. Hány fő lehet a táborozók létszáma?

(A) *28-nál kevesebb* **(B)** *28-nál több* **(C)** *32-nél kevesebb*
(D) *32-nél több* **(E)** *34-nél több*

4. Hány *cm* lehet a legrövidebb oldala egy olyan derékszögű háromszögnek, amelynek oldalai centiméterben mérve egész számok, és az átfogó 6 centiméterrel rövidebb, mint a két befogó összege?

(A) *5* **(B)** *6* **(C)** *7* **(D)** *8* **(E)** *9*

5. Anna észrevette, hogy a táblára írt három szám olyan, hogy ha a náluknál 1-gyel nagyobbakat összeszorozza, az megegyezik a szorzatuknál 1-gyel nagyobb számmal. Bea azt vette észre ugyanezekről a számokról, hogy ha a náluknál 2-vel nagyobbakat összeszorozza, az megegyezik a szorzatuknál 2-vel nagyobb számmal. Ha ugyanezen számoknál 3-mal nagyobbakat szorozzuk össze, az hánnyal lesz nagyobb a szorzatuknál?

(A) *1-gyel* **(B)** *2-vel* **(C)** *3-mal* **(D)** *6-tal* **(E)** *9-cel*

6. Az 1 *m* élű kockába bele lehet tenni egy olyan négyzetet, melynek méretei méterben…

(A) $1{,}01\times1{,}01$ **(B)** $1{,}02\times1{,}02$ **(C)** $1{,}03\times1{,}03$ **(D)** $1{,}04\times1{,}04$ **(E)** $1{,}05\times1{,}05$

7. Egy társasjátékban van 11 piros, 7 kék és 20 zöld korongunk. A bank egy piros meg egy kék korongért két zöld korongot ad, egy piros meg egy zöld korongért két kék korongot, és egy kék meg egy zöld korongért két piros korongot ad. A cserék során arra törekszünk, hogy csupa azonos színű korongunk legyen. Melyik színnel lehet elérni, hogy a végén az összes korong olyan színű legyen?

(A) *pirossal* **(B)** *kékkel* **(C)** *zölddel*
(D) *bármelyikkel elérhető* **(E)** *egyik színnel sem érhető el.*

8. Egy kör alakú városfalon 12 őrbódé, az óramutató járásával egyező irányban 1-től 12-ig növekvő sorrendben van számozva és mindegyik előtt az őrbódéval azonos számozású őr áll. Délben mindegyikük elindul az őrhelyéről a falon valamelyik irányba olyan sebességgel, amellyel egy óra alatt kerülné meg a várost. Ha két őr szembetalálkozik, akkor sarkon fordulnak és változatlan sebességgel haladnak tovább az ellenkező irányba. Melyik őrbódé előtt állhat a 6-os számú katona éjfélkor?

(A) *2* **(B)** *4* **(C)** *6* **(D)** *10* **(E)** *12*

9. Egy konvex négyszög három oldalának hossza 1 *cm*, 4 *cm* és 8 *cm*, átlói pedig merőlegesek egymásra. Hány centiméter lehet a negyedik oldal hossza?

(A) $\sqrt{29}$ **(B)** *6* **(C)** *7* **(D)** $\sqrt{67}$ **(E)** $\sqrt{79}$

10. Az *ABCDEF* szabályos hatszög *K* középpontjában, továbbá a *B* csúcsában egy-egy légy, az *A* csúcsban pedig egy pók ül. A *B* csúcsból a *C* irányába, a *K*-ból pedig az *E* irányába egyszerre, azonos sebességgel elindulnak a legyek. Ekkor a mozgás során a két légy a helyben maradó pókkal együtt mindig egy olyan háromszög csúcsaiban vannak, amelyik…

(A) *derékszögű.* **(B)** *nem derékszögű.* **(C)** *egyenlőszárú.*
(D) *nem egyenlőszárú.* **(E)** *szabályos.*

11. Egy kilenctagú választó testület három jelölt közül választ. Mindegyikük rangsorolja őket, az elsőnek 3, a másodiknak 2, a harmadiknak pedig 1 pontot ad. Összesítve a jelöltek pontszámát kiderült, hogy a sorrend egyértelmű, hármuk pontszáma különböző. A testület egyik tagja észrevette, hogy ha a választást úgy bonyolították volna le, hogy mind a kilencen csak egy jelöltet választanak ki és annak adnak 1 pontot, akkor a jelöltek sorrendje megfordulna. Összesen hány pontot kaphatott eredetileg valamelyik jelölt?

(A) *15* **(B)** *17* **(C)** *19* **(D)** *21* **(E)** *23*

A 12-13. feladatok a következő oldalon találhatóak!