BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
KÖRZETI FORDULÓ, 2020. JANUÁR 10.

MEGOLDÓKULCS

	9. osztály	10. osztály		11. osztály	12. osztály	
1.	**A B C D E**	**A B C D E**	1.	**C**	**A**	1.
2.	**C E**	**B E**	2.	**B**	**D**	2.
3.	**B C D E**	**B**	3.	**D**	**C**	3.
4.	**A D**	**C**	4.	**B D E**	**C D E**	4.
5.	**B**	**C D E**	5.	**A B**	**A D**	5.
6.	**C D E**	**C D**	6.	**C D E**	**A D**	6.
7.	**A B C D E**	**A B C**	7.	**B C**	**B C**	7.
8.	**A E**	**C**	8.	**B**	**A B C**	8.
9.	**B D E**	**C D E**	9.	**C**	**A C E**	9.
10.	**A B C**	**B C D E**	10.	**A C E**	**A C E**	10.
11.	**D**	**A C D E**	11.	**D**	**A B C D**	11.
12.	**A B C D**	**B D**	12.	**C D**	**A B C**	12.
13.	**B C D E**	**D**	13.	**B C D E**	**A D**	13.
Max.	*195+16 pont*	*188+16 pont*	*Max.*	*181+16 pont*	*186+16 pont*	*Max.*

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
KÖRZETI FORDULÓ, 2020. JANUÁR 10.

JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ A 14. FELADATOKHOZ

9. osztály:

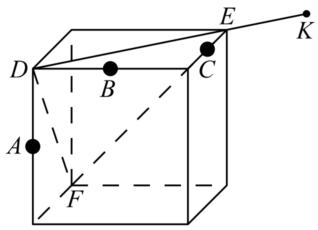
Adjuk össze a megfelelő oldalakat: $x^2-2y+2+y^2-4z+3+z^2+4x+4=0$ (**4 pont**)

Csoportosítsuk a bal oldalt: $x^2+4x+4+y^2-2y+1+z^2-4z+4=0$ (**2 pont**), majd alakítsunk teljes négyzetté: $(x+2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=0$ (**2 pont**).

Mivel mindhárom teljes négyzet értéke legalább 0, ezért összegük csak úgy lehet 0, ha külön-külön mindegyik 0 (**2 pont**), vagyis $x+2=y-1=z-2=0$, ahonnan $x=-2$, $y=1$ és $z=2$ (**1 pont**).

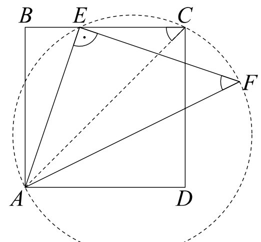
Ellenőrizve ezeket, nem teljesítik például az első egyenlőséget (**2 pont**), hiszen $x^2-2y+2=(-2)^2-2+2=4\neq 0$ (**2 pont**). Tehát az egyenletrendszernek nincs megoldása (vagyis a megoldáshalmaza üres) (**1 pont**).
Más indoklás a fentiekkel arányosan pontozandó. (Összesen **max. 16 pont**.)

10. osztály:

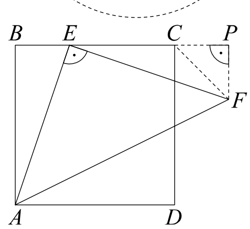


Legyen az ábra szerint a DE lapátló párhuzamos BC-vel, az EF lapátló párhuzamos AB-vel, K pedig a DE meghosszabbításán E-n túl lévő tetszőleges pont (**4 pont**). Ekkor az ABC szög és az FEK szög nagysága megegyezik (**4 pont**). A DEF háromszög szabályos (minden oldala a kocka egy-egy lapátlója) (**4 pont**), így $DEF\sphericalangle=60°$, tehát $FEK\sphericalangle=120°$, és így az ABC szög nagysága is $120°$ (**4 pont**).
Más indoklás a fentiekkel arányosan pontozandó. (Összesen **max. 16 pont**.)

11. osztály:



1. megoldás: Mivel az ECA és EFA szögek 45°-osak, ezért tekinthető mindkettő egy EA íven nyugvó kerületi szögnek (**4 pont**), vagyis az $ECFA$ négyszög köré kör írható (**4 pont**). A kör átmérője AF, így $ACF\sphericalangle=90°$ (**4 pont**), ezért $DCF\sphericalangle=90°-DCA\sphericalangle=90°-45°=45°$ (**4 pont**).
(Összesen **max. 16 pont**.)



2. megoldás: Állítsunk F-ből merőlegest a BC oldal meghosszabbítására, ennek talppontja legyen P (**4 pont**). Ekkor az EFP és AEB háromszögek egybevágók (**2 pont**), hiszen mindkettő derékszögű, $FEP\sphericalangle=90°-BEA\sphericalangle=EAB\sphericalangle$, továbbá átfogóik egyenlők (**2 pont**). Így $EP=AB=BC$, ahonnan $BE=CP$ és $BE=PF$ (**4 pont**), így $CP=PF$, tehát $FCP\sphericalangle=45°$ és így $DCF\sphericalangle=45°$ (**4 pont**).
(Összesen **max. 16 pont**.)

12. osztály 14. feladat: Az alábbi öt lehetőség van.
Első négyként megtalált helyes rajzra **3-3 pont**, az ötödikként megtalált helyes rajzra **4 pont** jár. Minden hibás rajzért **2 pont**ot le kell vonni (de 0 pont alá nem megyünk a pontozással.) (Összesen **max. 16 pont**.)