A rendezvény támogatói:

BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM

ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA

BME MATEMATIKA INTÉZET

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®

BOLYAI FARKAS

2019/20.
ORSZÁGOS DÖNTŐ
10. OSZTÁLY

BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:
Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:
NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:
CSUKA RÓBERT villamosmérnök

A feladatsorok lektorálója:
CSUKA RÓBERT villamosmérnök

Anyanyelvi lektor:
PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár

http://www.bolyaiverseny.hu/matek912

Az 1-9. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Egy futóversenyen hárman indultak: X, Y és Z. A rajt X-nek sikerült a legjobban, másodiknak Y jött el, míg Z kicsit beragadt. A verseny folyamán Z helyezése hatszor, X-é pedig ötször változott, végül Y előbb ért célba, mint X. Mi volt a verseny végeredménye, ha azt nem tekintjük helyezés megváltozásának, amikor valaki utoléri, de nem előzi meg a másikat?

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
I. X	*I. Y*	*I. Z*	*I. Y*	*I. Z*
II. Y	*II. Z*	*II. X*	*II. X*	*II. Y*
III. Z	*III. X*	*III. Y*	*III. Z*	*III. X*

2. A $\sqrt{2x+7}=\dfrac{x^2-7}{2}$ egyenlet valós gyökeinek száma…

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

3. Az ABC háromszög AB oldalának D és AC oldalának E olyan pontja, melyekre $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EC}=\vec{0}$. Ha T-vel jelöljük a DC és BE egyenesek metszéspontját, mennyi lehet α valós értéke, ha $\overrightarrow{TB}+\overrightarrow{TC}=\alpha\cdot\overrightarrow{TA}$?

(A) -2 **(B)** $-\dfrac{3}{2}$ **(C)** -1 **(D)** $-\dfrac{2}{3}$ **(E)** $-\dfrac{1}{2}$

4. Egy 25×25-ös táblázat minden mezőjébe a +1 és −1 számok valamelyikét írjuk. Az egyes sorokban, illetve oszlopokban álló elemek szorzatát leírjuk a sorok, illetve oszlopok végére, majd összeadjuk őket. Az alábbiakból mennyi lehet ez az összeg?

(A) *−20* **(B)** *−10* **(C)** *0* **(D)** *10* **(E)** *20*

5. Az ABC háromszögben $AB=AC$ és a $BAC\sphericalangle=100°$. Legyen D a B csúcsból induló belső szögfelező és az AC oldal metszéspontja. Ekkor

(A) $BC<BD+BA$ **(B)** $BC=BD+BA$ **(C)** $BC<BD+DA$
(D) $BC=BD+DA$ **(E)** $BC>BD+DA$

6. Jóska - az autók rendszámait figyelve - érdekes háromjegyű számot látott. A számot a jegyei közé tett vonallal úgy lehetett kettévágni, hogy a keletkezett két szám szorzatának háromszorosa visszaadta az eredeti számot. Az alábbiak közül melyik számjegy nem lehetett a Jóska által így megfigyelt háromjegyű számban?

(A) *5* **(B)** *6* **(C)** *7* **(D)** *8* **(E)** *9*

7. A 10 egység oldalú négyzetben az alábbiakból összesen hány darab egységnyi átmérőjű közös pont nélküli zárt körlemezt lehet elhelyezni?

(A) *80* **(B)** *81* **(C)** *82* **(D)** *90* **(E)** *100*

8. Ha az $f_1(x)=ax^2+bx+c_1$, $f_2(x)=ax^2+bx+c_2$, $f_3(x)=ax^2+bx+c_3$, …, $f_{2020}(x)=ax^2+bx+c_{2020}$ - másodfokú függvények közül f_1-nek zérushelye x_1, f_2-nek x_2, f_3-nak x_3, …, f_{2020}-nak x_{2020}, akkor mennyi lehet $f_2(x_1)+f_3(x_2)+f_4(x_3)+...+f_{2020}(x_{2019})+f_1(x_{2020})$ értéke?

(A) -1 **(B)** 0 **(C)** 1 **(D)** $c_1+c_2+c_3+...+c_{2019}+c_{2020}$

(E) $a+b+c_1+c_2+c_3+...+c_{2019}+c_{2020}$

9. Az $ABCD$ konvex négyszög típusától függően hány olyan pont lehet a síkon, amelyet egymás után tükrözve az AB, BC, CD és DA egyenesekre, végül visszajut az eredeti helyére?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!

10. Oldjátok meg a következő egyenletet a pozitív egész számhármasok halmazán: $1+2^x+3^y=z^3$.