A rendezvény támogatói:

BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM

ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA

BME MATEMATIKA INTÉZET

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®

BOLYAI FARKAS

2018/19.

KÖRZETI FORDULÓ

12. OSZTÁLY

BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:
Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:
NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:
TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálója:
TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:
PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár

http://www.bolyaiverseny.hu/matek912

Körzeti forduló **12. osztály** 2019. január 11.

Az 1-13. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Összesen hány olyan (egymással nem izomorf) ötpontú egyszerű gráf van, amelyben a csúcsok fokszámai: 1; 2; 2; 2; 3?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

2. Két n oldalú sokszög összesen 80 pontban metszi egymást. Az alábbiak közül mennyi lehet n értéke?

(A) *10* **(B)** *20* **(C)** *36* **(D)** *38* **(E)** *40*

3. Egy szobában 10 ember van, közülük néhányan igazmondók, a többiek hazugok. Mindegyikük fején van egy sapka, ami vagy fehér, vagy fekete. Mind a tíz ember ugyanazt állítja: „A többiek 9 sapkája közül 3 fekete, 6 fehér.” Összesen hány hazug lehet közöttük?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *10*

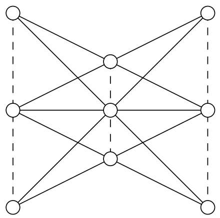
4. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 számokat két csoportba osztottuk úgy, hogy az első csoportban lévő számok szorzata megegyezik a második csoportban lévő számok összegével. Hány számból állhatott az első csoport?

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *nincs ilyen szétosztás*

5. A $PABC$ tetraéder minden éle 1 m hosszú. A tetraéder ABC lapja egy vízszintes S síkban van. Ugyanezen S síknak M egy olyan pontja, amely rajta van AB egyenesén, és $BM=2$ m. A tetraéder PC élének N felezőpontjából egy hangya indult, amely csak a tetraéder felületén és az S síkban haladva a legrövidebb úton eljutott az M pontba. Hány méter hosszú lehetett ez az út?

(A) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ **(B)** $\frac{\sqrt{17}}{2}$ **(C)** $\frac{\sqrt{29}}{2}$ **(D)** $\frac{\sqrt{31}}{2}$ **(E)** $\frac{\sqrt{37}}{2}$

6. Az ábrán 9 almát láthatunk 10 sorban elhelyezve úgy, hogy minden sorban 3 alma van. Tudjuk, hogy 9 sorban a három alma együttes tömege azonos, de egy sorban a három alma együttes tömege más, mint a többiben. Digitális mérleg segítségével az alábbiak közül hány méréssel dönthető el biztosan, hogy a 10 sor közül melyik sorban más az almák együttes tömege, mint a többi sorban?



(A) *1* **(B)** *3* **(C)** *5* **(D)** *7* **(E)** *9*

7. Tudjuk, hogy $a, b, c \in \left]0;\frac{\pi}{2}\right[$, továbbá $\cos a = a$, $\sin(\cos b) = b$ és $\cos(\sin c) = c$. Az alábbi állítások melyike igaz ekkor?

(A) $a < b$ **(B)** $b < a$ **(C)** $a < c$ **(D)** $c < a$ **(E)** $b < c$

8. Egy versenynek 25 résztvevője volt. A versenyen 3 feladatot tűztek ki, és minden résztvevő megoldott legalább egy feladatot. Azok közül, akik nem oldották meg az első feladatot, kétszer annyian oldották meg a második feladatot, mint ahányan nem oldották meg a harmadikat. Azok, akik csak az első feladatot oldották meg, 1-gyel többen voltak, mint a többiek közül azok, akik megoldották az első feladatot. Továbbá azok közül, akik csak egy feladatot oldottak meg, a fele nem oldotta meg az első feladatot. Hány versenyző oldhatta meg az első feladatot?

(A) *11* **(B)** *12* **(C)** *13* **(D)** *14* **(E)** *15*

9. Összesen hány különböző valós gyöke van a következő egyenletnek?

$$(x+1)^{63}+(x+1)^{62}\cdot(x-1)+(x+1)^{61}\cdot(x-1)^{2}+\ldots+(x-1)^{63}=0$$

(A felírásban $x+1$ kitevője egyesével csökken, $x-1$ kitevője egyesével nő.)

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *32* **(D)** *34* **(E)** *63*

10. Hány fős lehet az a társaság, amelyben mindenkinek pontosan 3 ismerőse van, és két embernek pontosan akkor van közös ismerőse, ha egymást nem ismerik? (Minden ismeretség kölcsönös.)

(A) *4* **(B)** *5* **(C)** *6* **(D)** *8* **(E)** *10*

11. Egy futballklub edzésének megkezdése előtt a jelenlévő 22 játékost két csoportba osztják. Tekintsük azt az eseményt, hogy ha véletlenszerűen történik a szétosztás két 11-es csoportba, akkor a két legjobb játékos egymás ellen fog játszani. (Nincs két egyformán jó játékos.) Mi igaz ennek P valószínűségére?

(A) $P<\frac{1}{2}$ **(B)** $P=\frac{1}{2}$ **(C)** $P>\frac{1}{2}$ **(D)** $P<\frac{3}{5}$ **(E)** $P>\frac{3}{5}$

12. Az alábbiak közül hány lappal rendelkező egybevágó konvex poliéderekből lehet két párhuzamos sík közé végtelen sokat elhelyezni úgy, hogy egyet se lehessen közülük e két sík közötti részből a síkra merőlegesen kimozdítani egy másik elmozdítása nélkül?

(A) *4* **(B)** *6* **(C)** *14* **(D)** *15*

(E) *Az előzőek egyike sem, mert csak konkáv poliéderekkel lehet ezt elérni.*

13. Az $ABCD$ konvex négyszög BC oldalának felezőpontja E, a CD oldalának felezőpontja F. A négyszöget az AE, AF és EF szakaszok négy olyan háromszögre darabolják, amelyek területeinek mérőszámai egymást követő természetes számok. Legfeljebb mennyi lehet ekkor az alábbiak közül az ABD háromszög területének mérőszáma?

(A) *4* **(B)** *6* **(C)** *8* **(D)** *9* **(E)** *10*

A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!

14. Egy lapon adott egy 1 egység oldalhosszúságú szabályos hatszög. Hogyan lehet ezen a lapon csak vonalzó segítségével egy $\sqrt{7}$ hosszúságú szakaszt szerkeszteni? Válaszotokat indokoljátok!