A rendezvény támogatói:

BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM

ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA

BME MATEMATIKA INTÉZET

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába."

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®

BOLYAI FARKAS

2018/19.

KÖRZETI FORDULÓ

11. OSZTÁLY

BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:
Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:
NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:
TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálója:
TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:
PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár

http://www.bolyaiverseny.hu/matek912

Körzeti forduló **11. osztály** 2019. január 11.

Az 1-13. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Összesen hány különböző valós gyöke van a $\sqrt{x-2}=\sqrt{16-8x+x^2}$ egyenletnek?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

2. Elhelyeztem néhány négyzetlapot az asztalon úgy, hogy mindegyiknek három másikkal van közös oldalszakasza. Összesen hány négyzetlapot tehettem így az asztalra?

(A) *5* **(B)** *6* **(C)** *7* **(D)** *13* **(E)** *14*

3. Tudjuk, hogy $\dfrac{a}{b+c-a}=\dfrac{b}{a+c-b}=\dfrac{c}{a+b-c}$. Mennyi lehet ekkor $\dfrac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$ értéke, ha egyik tört nevezője sem nulla?

(A) *−1* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *4* **(E)** *8*

4. Az a_n sorozatot ($n\in\mathbb{Z}^+$) így értelmezzük: ha $1\le n\le 5$, akkor $a_n=n^2$, minden más esetben $a_{n+5}+a_{n+1}=a_{n+4}+a_n$. Mennyi lehet a_{2019}?

(A) *4* **(B)** *16* **(C)** *17* **(D)** *22* **(E)** *az előzőek egyike sem*

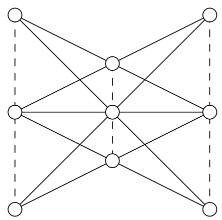
5. Az $a_1, a_2, ..., a_n$ valós számokra $a_1+a_2+...+a_n=0$ teljesül. Mely n esetén következik ebből, hogy $a_1a_2+a_2a_3+\ldots+a_ia_{i+1}+...+a_na_1\le 0$?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

6. Egy folyosóról n szoba nyílik, és ezekben a szobákban összesen $n+1$ ember van. Az első szoba ajtajára ezt írták: „Ebben a szobában 1 ember van”; a második szobára ezt: „Ebben a szobában 2 ember van”; és így tovább, a k-adik szoba ajtaján ez áll: „Ebben a szobában k ember van”. A feliratok közül pontosan egy hamis. Mennyi lehet a szobák száma?

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

7. Az ábrán 9 almát láthatunk 10 sorban elhelyezve úgy, hogy minden sorban 3 alma van. Tudjuk, hogy 9 sorban a három alma együttes tömege azonos, de egy sorban a három alma együttes tömege más, mint a többiben. Digitális mérleg segítségével az alábbiak közül hány méréssel dönthető el biztosan, hogy a 10 sor közül melyik sorban más az almák együttes tömege, mint a többi sorban?



(A) *1* **(B)** *3* **(C)** *5* **(D)** *7* **(E)** *9*

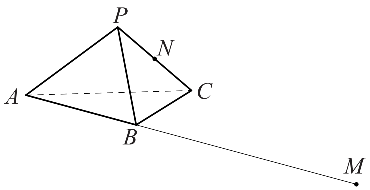
8. Egy körre felírtunk néhány egész számot úgy, hogy mindegyikük megegyezik az óramutató járása szerint rákövetkező két szám különbségének abszolútértékével. Összesen hány számot írhattunk fel, ha a számok összege 26?

(A) *3* **(B)** *7* **(C)** *13* **(D)** *26* **(E)** *39*

9. Az Óperencián is túl található a négyzetek országa. Maga az ország is négyzet alakú, és az ország megyéi is négyzet alakúak. (A megyék hézag és átfedés nélkül lefedik az ország területét.) Kétféle nagyságú megye van, a kicsik és a nagyok, és ugyanannyi kicsi van, mint amennyi nagy. Összesen hány megyéből állhat a négyzetek országa?

(A) *6* **(B)** *8* **(C)** *10* **(D)** *18* **(E)** *40*

10. A $PABC$ tetraéder minden éle 1 m hosszú. A tetraéder ABC lapja egy vízszintes S síkban van. Ugyanezen S síknak M egy olyan pontja az ábra szerint, amely rajta van AB egyenesén és $BM=2$ m. A tetraéder PC élének N felezőpontjában egy hangya tartózkodik. Az alábbiak közül hány méter hosszú úton mászhat el a hangya az N-től az M pontig, ha csak a tetraéder felületén és az S síkban mászhat?



(A) *2,76* **(B)** *2,77* **(C)** *2,78* **(D)** *2,79* **(E)** *2,8*

11. Az alábbiak közül n mely értékeire található olyan $2n+1$ darab egymást követő természetes szám, amelyek négyzetösszege négyzetszám?

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

12. Egymás mellé írtunk balról jobbra haladva ebben a sorrendben 1 egy- vagy kétjegyű, valamint 2 kétjegyű számot, így egy többjegyű számot kaptunk. Ez a többjegyű szám megegyezik a három eredeti szám összegének köbével. Az alábbiak közül melyik lehetett az egy- vagy kétjegyű számok valamelyike?

(A) *7* **(B)** *11* **(C)** *16* **(D)** *25* **(E)** *36*

13. Az $ABCD$ konvex négyszög BC oldalának felezőpontja E, a CD oldalának felezőpontja F. A négyszöget az AE, AF és EF szakaszok négy olyan háromszögre darabolják, amelyek területeinek mérőszámai egymást követő természetes számok. Legfeljebb mennyi lehet ekkor az alábbiak közül az ABD háromszög területének mérőszáma?

(A) *4* **(B)** *6* **(C)** *8* **(D)** *9* **(E)** *10*

A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!

14. Az a_n sorozat első tagja egy tetszőlegesen választott a pozitív egész szám ($a_1=a$), a következő tagja 1-gyel nagyobb az előzőnél ($a_2=a_1+1$), és minden további tagja 1-gyel nagyobb az összes korábbi tag szorzatánál ($a_3=a_1\cdot a_2+1$, $a_4=a_1\cdot a_2\cdot a_3+1$ stb.). Bizonyítsátok be, hogy ebben a sorozatban bármely két szomszédos tag különbsége mindig négyzetszám!