A rendezvény támogatói:

BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM

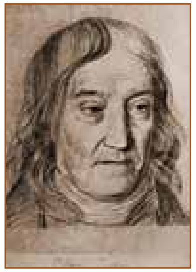
ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA

BME MATEMATIKA INTÉZET

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába."

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

2018/19.
ORSZÁGOS DÖNTŐ
10. OSZTÁLY

BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:
Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:
NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:
TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálója:
TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:
PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár

http://www.bolyaiverseny.hu/matek912

Az 1-9. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Ha n 1-nél nagyobb egész szám, akkor $n(n+1)(n+2)$-nek $n-1$-gyel való osztási maradéka lehet…

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *4* **(D)** *6* **(E)** *8*

2. Egy kenguru ugrál a síkbeli koordinátarendszer pozitív síknegyedében ($x>0$, $y>0$). Az $(x; y)$ koordinátájú pontról az $(x+1; y-1)$ vagy az $(x-5; y+7)$ pontra ugorhat, amennyiben az a pont is a pozitív síknegyedben van. Az alábbiak közül mely pontokról indulva tud a kenguru az origótól legalább 1000 egység távolra eljutni?

(A) *(1; 3)* **(B)** *(2,5; 2,5)* **(C)** *(3; 4)* **(D)** *(4,5; 0,5)* **(E)** *(1,5; 4,5)*

3. Az ABC és $A_1B_1C_1$ háromszögekre igaz, hogy $AB=A_1B_1$, $BAC\measuredangle = B_1A_1C_1\measuredangle = 60°$ és $ABC\measuredangle + A_1B_1C_1\measuredangle = 180°$. Ekkor…

(A) $\frac{1}{AB}<\frac{1}{AC}+\frac{1}{A_1C_1}$ **(B)** $\frac{1}{AB}=\frac{1}{AC}+\frac{1}{A_1C_1}$

(C) $\frac{1}{AB}>\frac{1}{AC}+\frac{1}{A_1C_1}$ **(D)** $\frac{1}{AB}+\frac{1}{BC}>\frac{1}{AC}+\frac{1}{A_1C_1}$

(E) $\frac{1}{AB}+\frac{1}{BC}<\frac{1}{AC}+\frac{1}{A_1C_1}$

4. Összesen hány olyan négyjegyű $\overline{abcd}$ szám létezik, amelyben $a+b=c+d$ és $a^2+b^2=c^2+d^2$?

(A) *90* **(B)** *162* **(C)** *171* **(D)** *174* **(E)** *210*

5. Vegyünk fel az *ABCD* négyzet *AB* oldalán egy *E* pontot, és legyen *P* az *AC* átló és *DE* metszéspontja. A *DE*-re *P*-ben állított merőleges *BC*-vel való metszéspontja legyen *F*. Melyik állítás igaz az alábbiak közül?

(A) *Fel lehet E-t úgy venni, hogy AE + FC < EF.*

(B) *Fel lehet E-t úgy venni, hogy AE + FC = EF.*

(C) *Fel lehet E-t úgy venni, hogy AE + FC > EF.*

(D) *Bárhol is vesszük fel E-t az AB oldalon, mindig AE + FC = EF.*

(E) *Bárhol is vesszük fel E-t az AB oldalon, mindig AE + FC > EF.*

6. Összesen hány olyan részhalmaza van az $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ halmaznak, amelyben nem szerepel három szomszédos egész szám?

(A) *40* **(B)** *44* **(C)** *48* **(D)** *52* **(E)** *56*

7. Egy pontszerű fényforrást kell gömbökkel eltakarnunk. A gömbök nem tartalmazhatják a fényforrást, és nem nyúlhatnak egymásba. Ha a fényforrásból a gömbhöz húzott érintők mentén már kijut a fény, akkor az alábbiak közül összesen hány gömb segítségével valósítható meg, hogy a fényforrástól száz méterre már ne jusson ki fény?

(A) *1* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *6*

8. Az $\left(1+\frac{2}{3^3}\right)\cdot\left(1+\frac{2}{5^3}\right)\cdot\left(1+\frac{2}{7^3}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{2}{2019^3}\right)$ kifejezés értéke…

(A) $\frac{64}{63}$*-nál kevesebb* **(B)** $\frac{64}{63}$*-nál több* **(C)** $\sqrt{\frac{3}{2}}$*-nél kevesebb*

(D) $\sqrt{\frac{3}{2}}$*-nél több* **(E)** $\sqrt{\frac{5}{3}}$*-nál kevesebb*

9. Két szabályos (konvex) sokszög belső szögeinek aránya 5:7. Közülük menynyi lehet az egyik csúcsainak száma?

(A) *5* **(B)** *6* **(C)** *12* **(D)** *24* **(E)** *30*

A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!

10. Az a, b, c valós számokra $ac+bc+c^2<0$, $a\neq 0$ teljesül. Bizonyítsátok be, hogy $4ac<b^2$!