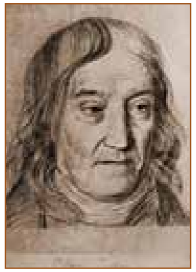
„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

2017/18.

KÖRZETI FORDULÓ

12. OSZTÁLY

BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:
Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:
NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:
TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálója:
TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:
PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár

http://www.bolyaiverseny.hu/matek912

Az 1-13. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Az asztalon lapjukkal elhelyeztünk néhány korongot úgy, hogy mindegyik pontosan három másikat érint. Összesen hány korong lehet így az asztalon?

(A) *4* **(B)** *5* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *8*

2. Az *n* szám pozitív osztóinak számát $d(n)$ jelöli. Melyik állítás igaz?

(A) $d(3!)=2^2$ **(B)** $d(4!)=2^3$ **(C)** $d(5!)=2^4$

(D) $d(6!)=2^5$ **(E)** $d(7!)=2^6$

3. Kiszámoltam egy négyzetszám számjegyeinek összegét. Az alábbiak közül melyik eredményt kaphattam?

(A) *15* **(B)** *16* **(C)** *17* **(D)** *18* **(E)** *19*

4. Az *a*, *b*, *c* egész számok egy mértani sorozat első három tagját alkotják, továbbá $a+b+c=7$ teljesül. Az alábbiak közül melyik szám tartozhat a sorozat első három tagja közé?

(A) *–7* **(B)** *–6* **(C)** *–3* **(D)** *–1* **(E)** *3*

5. Összesen hány megoldása van az egész számok körében az $x^2<1-2\sin 2x$ egyenlőtlenségnek?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

6. Egy számot *alapszám*nak nevezünk, ha minden nála kisebb pozitív egész előállítható a szám néhány különböző pozitív osztójának összegeként. Például a 6 alapszám, mert $1=1$, $2=2$, $3=3$, $4=3+1$ és $5=3+2$. Az alábbiak közül melyik alapszám?

(A) *3* **(B)** *8* **(C)** *12* **(D)** *48* **(E)** *144*

7. Hány centiméter lehet az *ABCD* rombusz kerülete, ha az *ABC* háromszög köré írható kör sugara 3 cm, és a *BCD* háromszög köré írható kör sugara 4 cm?

(A) *18* **(B)** *20-nál kevesebb* **(C)** *20* **(D)** *20-nál több* **(E)** *22*

8. Az *x* és *y* valós számokra $\dfrac{xy}{x^2+6y^2}=\dfrac{1}{5}$ teljesül. Mennyi lehet $\dfrac{xy}{x^2-6y^2}$ értéke?

(A) *–2* **(B)** *–1* **(C)** *1* **(D)** *2* **(E)** *az előzőek egyike sem*

9. A térben elhelyeztük az *A*, *B*, *C* és *D* pontokat úgy, hogy $AC=10$ és $BD=8$. Legyen *AB* felezőpontja *T*, *BC* felezőpontja *P*, *DC* felezőpontja *Q* és *AD* felezőpontja *R*. Tudjuk még, hogy $QT=9$. Az alábbiak közül hányat választhatunk ki az *A*, *B*, *C*, *D*, *P*, *Q*, *R*, *T* pontok közül úgy, hogy azok egy síkban legyenek?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

10. Adott egy tetraéder, amely éleinek hossza 1; 1; 1; $\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$ és $\sqrt{3}$. Anna beszínezte ennek a tetraédernek az összes olyan lapját, amelyik lap derékszögű háromszög. Összesen hány lapot színezhetett be Anna?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

11. Mennyi az $(1+\operatorname{tg}1°)\cdot(1+\operatorname{tg}2°)\cdot\ldots\cdot(1+\operatorname{tg}44°)$ szorzat pontos értéke?

(Ismeretes, hogy $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=\dfrac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$.)

(A) 2^4 **(B)** 2^{11} **(C)** 2^{22} **(D)** 2^{44} **(E)** *az előzőek egyike sem*

12. Adott egy négyzetes oszlop, amely két különböző élének hossza 6 cm és 8 cm. Az egyik alapélén át egy síkot fektetünk, amelyre merőlegesen levetítjük a négyzetes oszlopot. A síkot úgy választjuk meg, hogy a vetület területe a lehető legnagyobb legyen. Hány cm^2 lehet ekkor a vetület területe?

(A) *36* **(B)** *60* **(C)** *64* **(D)** *80* **(E)** *100*

13. Nyolc valós szám összege $\dfrac{4}{3}$, és közülük bármely hétnek az összege pozitív. Mi a legkisebb egész érték, amit nyolc ilyen szám közül valamelyik felvehet?

(A) *–9* **(B)** *–7* **(C)** *–5* **(D)** *–3* **(E)** *–1*

A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!

14. Oldjátok meg a valós számpárok halmazán a következő egyenletrendszert!

$$\begin{cases} x+\sqrt{1-y^2}=1 \\ y+\sqrt{1-x^2}=\sqrt{3} \end{cases}$$