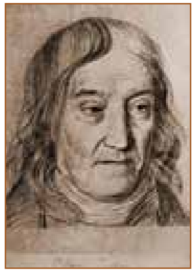
*„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába."*

*Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.*

# BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

## 2016/17.

## KÖRZETI FORDULÓ

## 10. OSZTÁLY

BOLYAI JÁNOS

**A rendezvény fővédnökei:**
Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

**A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:**
NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

**A honlap és az informatikai háttér működtetője:**
TASSY GERGELY középiskolai tanár

**A feladatsorok lektorálója:**
TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

**Anyanyelvi lektor:**
PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár

**http://www.bolyaiverseny.hu/matek912**

**Az 1-13. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.**

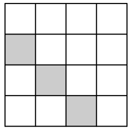
**1.** Adott két pozitív szám. Ha a kisebbiket 1 százalékkal, a nagyobbikat pedig 4 százalékkal növeljük, akkor az összegük 3 százalékkal nő. Hány százalékkal nő eközben a számok különbsége? (Különbség alatt nemnegatív mennyiséget értünk.)

**(A)** *1* **(B)** *3* **(C)** *5* **(D)** *7* **(E)** *9*

**2.** Egy háromszög két oldala 17 cm és 25 cm, a harmadik oldalhoz tartozó magasság 15 cm hosszú. Hány cm lehet ennek a háromszögnek a kerülete?

**(A)** *50* **(B)** *54* **(C)** *57* **(D)** *60* **(E)** *70*

**3.** A mellékelt 4×4-es táblázat mezőit úgy töltjük ki az 1, 2, 3, 4 számokkal, hogy mindegyik sorban, mindegyik oszlopban és mindkét átlóban szerepel mind a négy szám. Az alábbiak közül mennyi lehet a három befestett mezőben álló szám összege?



**(A)** *8* **(B)** *9* **(C)** *10* **(D)** *11* **(E)** *12*

**4.** Adott két háromszög, amelyek szögeinek nagysága páronként azonos, és két-két oldaluk hossza is páronként egyenlő. Ekkor ez a két háromszög…

**(A)** *biztosan nem egybevágó.* **(B)** *biztosan egybevágó.*

**(C)** *lehet, hogy nem egybevágó.* **(D)** *lehet, hogy egybevágó, de nem biztos.*

**(E)** *Az előző 4 közül pontosan 2 állítás igaz.*

**5.** Az *a, b, c* nullától különböző egész számokra $a+b+c=0$ és $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{n}$.

Az alábbiak közül mennyi lehet *n* értéke?

**(A)** *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

**6.** Gergő meg szeretne adni tíz olyan számot, amelyek szorzata nullától különböző, és ha mindegyik számot eggyel csökkenti, a szorzatuk nem változik. Összesen hány különböző helyes példát adhat erre Gergő? (Két példát különbözőnek tekintünk, ha van olyan szám, amely az egyik megoldásban nem ugyanannyiszor szerepel, mint a másikban.)

**(A)** *Pontosan egyet.* **(B)** *Legfeljebb kettőt.* **(C)** *Legalább hármat.*

**(D)** *Legalább négyet.* **(E)** *Nincsenek ilyen számok, ezért egyet sem.*

**7.** Az *N* kétjegyű pozitív egész számot megszoroztuk 2-vel, a kapott eredményben felcseréltünk két számjegyet, az így nyert számot elosztottuk 2-vel, majd az eredmény ismét az *N* szám lett. Összesen hány ilyen *N* szám létezik?

**(A)** *0* **(B)** *4* **(C)** *legalább 9* **(D)** *legalább 14* **(E)** *legalább 18*

**8.** Két síelő végig azonos nyomvonalon és irányban halad. Most 800 m hosszú köztük a nyomvonalrész és 12 km/h-val síelnek. Ha a nehezebb szakaszhoz érnek, sebességük azonnal 8 km/h-ra csökken. Hány m hosszú lehet a köztük lévő nyomvonalrész, amikor mindketten a nehezebb szakaszon haladnak?

**(A)** *legalább 500* **(B)** *600-nál kevesebb* **(C)** *600-nál több*

**(D)** *800-nál kevesebb* **(E)** *800-nál több*

**9.** Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számokat leírjuk valamilyen sorrendben, majd ebből a sorozatból készítünk egy új, második sorozatot: az első sorozat első *k* tagjának összege lesz a második sorozat *k*-adik tagja. Az alábbiak közül hány prímszám lehet összesen a második sorozatban?

**(A)** *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

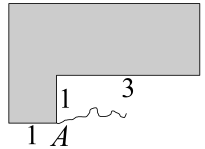
**10.** Az *ABC* háromszögben az *AD* és *BE* súlyvonalak *M*-ben metszik egymást. Melyik („ha-akkor”) következtetés helyes az alábbiak közül?

**(A)** $AMB\measuredangle = 90° \Rightarrow AC+BC=3AB$ **(B)** $AMB\measuredangle = 90° \Rightarrow AC+BC<3AB$

**(C)** $AMB\measuredangle = 90° \Rightarrow AC+BC>3AB$ **(D)** $AMB\measuredangle < 90° \Rightarrow AC+BC<3AB$

**(E)** $AMB\measuredangle < 90° \Rightarrow AC+BC>3AB$

**11.** Miska bácsi egy 2 méter hosszú kötéllel kikötötte kecskéjét egy sík terepen lévő, szürkével színezett épület *A* jelű sarkához. Az épület szomszédos falai merőlegesek egymásra, az oldalak méterben mért hossza az ábrán látható. Az alábbiak közül hány négyzetméter az a legnagyobb terület, amit lelegelhet a kecske, ha az épület falán sehol sem tud átmenni?




**(A)** $\frac{9}{4}\pi$ **(B)** $2\pi+\sqrt{3}$ **(C)** $\frac{29}{12}\pi+\frac{\sqrt{3}}{2}$ **(D)** $\frac{31}{12}\pi+\frac{\sqrt{3}}{2}$ **(E)** $4\pi-1$

**12.** Az alábbiak közül hány tetraéderre darabolható fel egy kocka? (A darabolást követően a tetraédereken kívül más darabok nem keletkezhetnek.)

**(A)** *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

**13.** Egy sakkversenyen 2 kilencedik osztályos és még legalább egy tizedik osztályos tanuló vett részt. (Más évfolyamosok nem indultak.) Minden résztvevő az összes többivel egy-egy mérkőzést játszott. A győzelemért 1 pont, a döntetlenért fél-fél pont, a vereségért 0 pont járt. A 2 kilencedikes együtt 8 pontot szerzett, a tizedikesek pedig mindnyájan egyenlő számú pontot szereztek. Összesen hány tizedikes vehetett részt ezen a versenyen?

**(A)** *3-nál kevesebb* **(B)** *5-nél kevesebb* **(C)** *7-nél kevesebb*

**(D)** *10-nél kevesebb* **(E)** *12-nél több*

**A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!**

**14.** Adott az *AB* átmérőjű kör. Egy másik, *A* középpontú kör az *AB* szakaszt a *C* pontban metszi úgy, hogy $AC<0,5\cdot AB$. A két kör közös érintője az első kört *D*-ben érinti. Bizonyítsátok be, hogy *CD* merőleges *AB*-re!