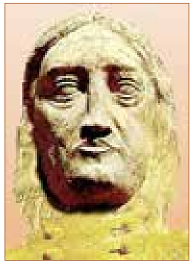
„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®

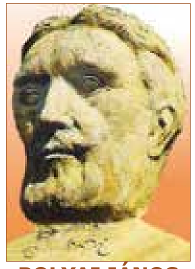


BOLYAI FARKAS

2014/15.

Körzeti forduló

12. osztály



BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:
Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:
NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:
TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálói:
SZÁMADÓ LÁSZLÓ középiskolai tanár
TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:
PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár

http://www.bolyaiverseny.hu

Körzeti forduló **12. osztály** 2015. január 23.

Az 1-13. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Ha egy alkalmasan felvett sokszög minden oldala elmetszhető ugyanazzal az egyetlen egyenessel, akkor a sokszög oldalainak száma lehet

(A) *4* **(B)** *6* **(C)** *10* **(D)** *77* **(E)** *2014*

2. Egy tétova szultán feleséget választ. Gyűlnek a szebbnél szebb királykisasszonyok, összesen 100-an. Száz feleség még neki is sok! De hogyan tudna úgy választani közülük, hogy egyik szép lányt se bántsa meg? A bölcs kádi tanácsát megfogadva a 100 gyönyörű leányt 100 szobába záratja be. A szobák ajtaján 1-től 100-ig sorszámozott kétállású zárak vannak. Forgatással felváltva nyílnak, illetve záródnak. A királylányok nem veszik észre, ha nyitják vagy zárják a zárakat. A 100 lány bezáratását követően a szultán végigszalaszt egy őrt, hogy minden záron fordítson egyet. Ez után egy második őrt, hogy a 2. szobától kezdve minden második záron fordítson egyet, majd egy harmadik őrt, hogy a 3. szobától kezdve minden harmadik záron fordítson egyet, és így tovább. A századik őrt azzal a paranccsal küldi, hogy a 100. szoba zárján fordítson egyet. Ezek után elrendeli, hogy az összes olyan királylány, akinek az ajtaja nyitva van, készüljön a menyegzőre. Pontosan hány feleséget választ így az ifjú szultán?

(A) *1* **(B)** *4* **(C)** *10* **(D)** *16* **(E)** *50*

3. Adott az $a_1 = 0{,}1$; $a_2 = 0{,}01$; $a_3 = 0{,}001$; …; $a_n = 0{,}0...01$ sorozat (a_n-ben a tizedesvessző után $n-1$ darab 0, majd egy 1 áll). Az alábbiak közül n mely értékére lesz $\sqrt{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot ... \cdot a_n}$ racionális szám?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *66* **(D)** *2014* **(E)** *2015*

4. Egy forgáshenger alakú tartály alapkörének átmérője 4,8 m. Hány méter magasan áll benne a 110 m^3 folyadék, ha a tartály a körlapján áll?

(A) *5-nél kevesebb* **(B)** *6* **(C)** *6-nál több* **(D)** *6-nál kevesebb* **(E)** *7*

5. Egy húrtrapéz párhuzamos oldalai 4 és 16 egység hosszúak. Tudjuk, hogy a trapézba kör írható. Hány egység hosszú a beírható kör sugara?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *az előzőek egyike sem*

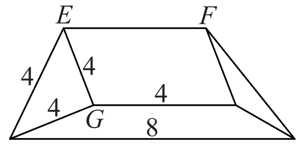
6. Mennyi lehet x értéke, ha egyszerre igazak a következő egyenlőtlenségek?
$x - y \le z + 2$; $2y + 2z \le x - 1$; $4 - y \le z + x$.

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

7. Mennyi a $\log_3 5 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 9 \cdot \log_9 11 \cdot ... \cdot \log_{2013} 2015 \cdot \log_{2015} 3$ kifejezés értéke?

(A) *1* **(B)** *10* **(C)** *100-nál kevesebb* **(D)** $\log_3 2015$ **(E)** *100-nál több*

8. Egy gúlát egy síkkal elmetszve két, az ábrán láthatóval egybevágó részre daraboltunk. (Az ábrán megadott hosszúságok centiméterben értendők.) Hány cm^3 lehetett az eredeti gúla térfogata, ha $FEG\measuredangle = 90°$?



(A) *64* **(B)** $64\sqrt{\frac{2}{3}}$ **(C)** $\frac{128\sqrt{2}}{3}$ **(D)** $\frac{512\sqrt{2}}{3}$ **(E)** $\frac{512\sqrt{2}}{12}$

9. Egy háromszög oldalhosszai centiméterben mérve egymást követő egész számok, a háromszög területe 84 cm^2. Az alábbiak közül melyik jelentheti centiméterben mérve a háromszög egyik oldalának hosszát?

(A) *9* **(B)** *11* **(C)** *13* **(D)** *15* **(E)** *17*

10. A koordinátarendszerben adott egy olyan kör, amely sugarának hossza természetes szám, és a kör áthalad két olyan rácsponton, amelyek távolsága egységnyi. (A rácspont olyan pont, amelynek mindkét koordinátája egész szám.) Az alábbiak közül hány további rácsponton haladhat még át egy ilyen kör?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *3-nál több*

11. Az 1, 2, 3, 4, …, 99, 100 számok közül bárhogyan törlünk tízet, a megmaradó számok közül biztosan kiválasztható egy számtani sorozat x szomszédos tagja. Az alábbiak közül mennyi lehet x értéke?

(A) *8* **(B)** *9* **(C)** *10* **(D)** *11* **(E)** *12*

12. Egy versenyen 3 díjat osztanak ki 3 tanuló között úgy, hogy mindegyik díj egy-egy könyvből áll. A szervezők rendelkezésére áll egy bizonyos könyvből 3 egyforma példány, illetve további 4 ezektől és egymástól is különböző könyvből 1-1 példány. Összesen hányféleképpen oszthatják ki a díjakat?

(A) *12* **(B)** *61* **(C)** *72* **(D)** *73* **(E)** *74*

13. Adott a síkban 6 különböző pont, amelyek közül semelyik három nem esik egy egyenesre, és semelyik négy nem esik egy körre. Vizsgáljuk az ezen 6 ponttal mint csúcspontokkal meghatározható háromszögeket. Összesen hány háromszög alkotható a vizsgált háromszögek köré írt körök középpontjaiból? (Mindkét esetben a háromszögek mindhárom csúcsának a megadott pontok közül valónak kell lennie.)

(A) *1024* **(B)** *1080* **(C)** *1110* **(D)** *1125* **(E)** *1140*

A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!

14. Szerkesszétek meg egy adott AB körívnek azt a P pontját, amelyre az $AP \cdot PB$ szorzat maximális! Indokoljátok meg, hogy miért az így kapott P esetén lesz maximális a vizsgált szorzat!